ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 JUIN 1958.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL MONTEL

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL dépose sur le Bureau un Ouvrage édité à l'occasion du soixante-quinzième anniversaire de l'École Supérieure de Physique et Chimie industrielles : *Physique et Chimie*, qui contient notamment des articles de MM. **LOUIS DE BROGLIE** et **FRÉDÉRIC JOLIOT.**

LECTURES.

M. **ANDRÉ DANJON** est désigné pour faire une *Lecture* en la séance publique solennelle des cinq Académies, le vendredi 24 octobre 1958.

PLIS CACHETÉS.

A la demande des auteurs, le pli cacheté accepté en la séance du 14 janvier 1957 et enregistré sous le n° 13 634, est ouvert par M. le Président. Le document qui en est retiré sera soumis à l'examen de la Section de Physique.

CORRESPONDANCE.

L'Académie est informée du **VIe CONGRÈS INTERNATIONAL DES COMMUNICATIONS**, qui aura lieu à Gênes du 6 au 19 octobre 1958.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Acta Phytogeographica Suecica 40. *Dynamik och konstans i gotlands flora och vegetation*, par BENGT PETTERSSON (*Thèse*, Uppsala).

ARITHMÉTIQUE. — *Nombre de solutions de l'équation et de l'inéquation diophantiennes linéaires à trois inconnues* (¹). Note (*) de M. **Eugène Ehrhart**, transmise par M. Arnaud Denjoy.

Soient a, b, c des entiers premiers entre eux et r le quotient de D par abc. On exprime le nombre n_D de solutions en entiers positifs de $aX + bY + cZ = D$ par n_r ou aussi par n_{abc-r}. Le nombre n'_D de solutions de $aX + bY + cZ < D$ est exprimé par n'_{abc} et n'_r. Pour l'équation on généralise à $D = K(a, b)(b, c)(c, a)$ (²).

Rappel. — *L'aire arithmétique* S d'une région d'un plan réticulaire d'un réseau spatial est sa mesure, quand on prend pour unité l'aire d'un parallélogramme de base du réseau formé par les points entiers de ce plan. Son *excès* est $i + (p/2) - S$, où i et p sont les nombres de ses points entiers intérieurs et périphériques. L'*excès d'un volume* V est de même $i + (p/2) - V$.

Théorème 1. — *Soient a, b, c des entiers premiers deux à deux et r le reste de la division de l'entier* D *par abc. Les deux triangles découpés par les plans de coordonnées dans les plans* $aX + bY + cZ = D$ *et* $aX + bY + cZ = r$ *ont mêmes excès* ($\Delta_D = \Delta_r$).

Le plan $aX + bY + cZ = D = qabc + r$ coupe les axes aux points $A[X = qbc + (r/a)]$, $B[Y = qca + (r/b)]$ et $C[z = qab + (r/c)]$. Le plan $X = qbc$ coupe AC et AB aux points $C'(z = r/c)$ et $B'(y = r/b)$.

1° *Deux des rapports* r/a, r/b, r/c *sont entiers.* — Soient r/b, r/c ces rapports. Le trapèze BCC′B′ étant entier, son excès $\Delta_T = 1$. L'excès du triangle AB′C′ est Δ_r. D'après le lemme de la Note XIV :

$$\Delta_D = \Delta_r + \Delta_T - \frac{2}{2} = \Delta_r.$$

2° *Un seul des rapports est entier.* — Soit r/c ce rapport. La parallèle à AB par C′ coupe BC en $M(0, qca, r/c)$. L'excès Δ_t du triangle entier CC′M est 1. Soit Δ_p l'excès du parallélogramme B′BMC′. $\Delta_D = \Delta_r + \Delta_p + \Delta_t - (3/2)$. Il faut donc montrer que $\Delta_p = 1/2$.

Les i points entiers intérieurs au parallélogramme se trouvent sur des parallèles de cotes entières n, projetées sur XOY suivant des droites réticulaires $aX + bY = qabc + K$. Comme $n = (r/c) - (K/c)$, il est entier si K est multiple de c. Le nombre de ces parallèles est donc égal à celui des multiples de c inférieurs à r, soit $(r/c) - 1$. De ces parallèles, limitées par B′C′ et BM, β ont des points entiers aux extrémités et α pas. $\alpha + \beta = (r/c) - 1$. Comme $(a, b) = 1$, $i = \alpha qc + \beta(qc - 1)$. Le nombre de points entiers périphériques du parallélogramme et son aire arithmétique sont $p = 2\beta + cq + 1 + cq$ et $S = (r/b)\, qbc\,(1/c) = qr$, de sorte que $\Delta_p = i + (p/2) - S = 1/2$.

3° *Aucun des rapports n'est entier.* — Les points entiers du plan ABC y forment un réseau (R) et se trouvent sur des parallèles de cotes entières n, projetées sur XOY suivant des droites réticulaires $aX + bY = r + k$. Comme $n = qab - (k/c)$, il est entier si k est un multiple Kc de c. Les projections sur XOY des points entiers de (R) forment un réseau (R′), dont les points entiers se trouvent sur des droites (d) $aX + bY = r + Kc$. Les excès Δ_D, Δ_r dans (R) des triangles ABC et AB′C′ sont respectivement égaux aux excès dans (R′) de leurs projections ABO et AB′A′. Le vecteur qui joint deux points entiers consécutifs sur une droite (d) a pour composantes scalaires b, $-a$. Les vecteurs $\overrightarrow{OA'}$ et $\overrightarrow{BB'}$ de composantes $b.qc$, o et $b.qc$, $-a.qc$ sont donc équipollents à des vecteurs entiers de (R′). Soient O_1 et B_1 les points entiers de (R′) les plus rapprochés de O et de B sur les prolongements de OB. Les points A'_1, B'_1 définis par $\overrightarrow{O_1A'_1} = \overrightarrow{OA'}$ et $\overrightarrow{B_1B'_1} = \overrightarrow{BB'}$ sont entiers dans (R′). Soient Δ_T, Δ_t et Δ_p, $\Delta_{p'}$ les excès dans (R′) des trapèzes $O_1B_1B'_1A'_1$, OBB′A′ et des parallélogrammes $O_1OA'A'_1$, $BB_1B'_1B'$. $\Delta_T = 1$, car le premier trapèze est entier dans (R′). $\Delta_p = \Delta_{p'} = 1/2$ (même raisonnement que pour le parallélogramme B′BMC′ dans 2°). De $\Delta_T = \Delta_t + \Delta_p + \Delta_{p'}$ il résulte donc $\Delta_t = 0$ et, comme $\Delta_D = \Delta_t + \Delta_k$, $\Delta_D = \Delta_r$.

Théorème 2. — *Soient a, b, c des entiers premiers deux à deux et r un entier inférieur à abc. Les deux triangles découpés par les plans de coordonnées dans les plans* $aX + bY + cZ = r$ *et* $aX + bY + cZ = abc - r$ *ont même excès* ($\Delta_{abc-r} = \Delta_r$).

Figure et raisonnement analogues aux précédents : le premier plan (P) coupe les axes en A, B, C. Le plan $X = bc$ coupe les prolongements de AC, AB en C′, B′. On projette sur XOY la figure et le réseau portés par (P).

Théorème 3. — $\Delta_D = \Delta_r = \Delta_{abc-r}$ *est encore valable si a, b, c sont premiers dans leur ensemble et que r est divisible par* $(a, b)(b, c)(c, a)$ [3].

Raisonnement analogue.

Théorème 4. — *Soient a, b, c des entiers premiers deux à deux et q, r le quotient et le reste de la division de l'entier* D *par abc. Les nombres* n_D *et* n_r *de solutions en entiers positifs des équations* $aX + bY + cZ = D$ *et* $aX + bY + cZ = r$ *sont liés par*

$$n_D = n_r + \frac{q}{2}(D + r - a - b - c); \quad (1)$$

en particulier si, sans être nul, $r \leq a + b + c$,

$$n_D = \frac{q}{2}(D + r - a - b - c); \quad (2)$$

si $r = 0$,

$$n_D = 1 + \frac{q}{2}(D - a - b - c). \quad (3)$$

(1) se déduit facilement du théorème 1. (2) en résulte par $n_r = 0$. Si $r = 0$, le triangle ABC est entier, donc $\Delta_D = 1$, d'où (3).

Théorème 5. — *Si a, b, c sont premiers dans leur ensemble et que* D *est divisible par* $(a, b)(b, c)(c, a)$ *les formules* (1), (2), (3) *restent valables si on y remplace la parenthèse par*

$$D + r - a(b, c) - b(c, a) - c(a, b).$$

Démonstration analogue.

Théorème 6. — *Si* $(b, c) = (a, c) = 1$ *et* $(a, b) = 2$ *et que* D *est impair,*

$$n_D = n_r + \frac{q}{2}(D + r - a - b) \quad (4)$$

([4]).

Déduit de $\Delta_D = \Delta_r$, qui est encore valable dans ce cas (ainsi que $\Delta_{abc-r} = \Delta r$).

Théorème 7. — *Soient a, b, c des entiers premiers deux à deux et q, r le quotient et le reste de la division de l'entier* D *par abc. Les nombres* n_D, n_{qabc}, n_{abc}, n_r *de solutions en entiers positifs de inéquations* $aX + bY + cZ < K$ *pour* $K = D$, *qabc, abc et r sont liés par*

$$n_D = n_{qabc} + n_r + 1 + \frac{qr}{2}(D - a - b - c - 1), \quad (5)$$

$$n_D = qn_{abc} + n_r + q\left[\frac{q^2 - 1}{6}a^2b^2c^2 - \frac{q - 1}{4}abc(a + b + c + 1) + \frac{r}{2}(D - a - b - c - 1) + 1\right] \quad (6)$$

([5]);

ces formules s'appliquent encore si un indice est nul en y remplaçant n_0 *par* (-1).

n_k est le nombre de points entiers intérieurs au tétraèdre T_K formé par les plans de coordonnées et le plan $aX + bY + cZ = K$. On obtient n_D en ajoutant à n_{qabc} le nombre i de points entiers intérieurs aux triangles découpés par les plans de coordonnées dans les plans

$$aX + bY + cZ = qabc + n \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots, r - 1).$$

(1) fournit i, d'où (5).

Or si $q \neq 0$ les excès Δ', Δ des tétraèdres entiers T_{qabc}, T_{abc} sont liés par $\Delta' = q\Delta$ (Note XI). On peut ainsi exprimer n_{qabc} par n_{abc}, d'où (6).

(*) Séance du 28 mai 1958.

([1]) Dans une prochaine publication nous donnerons n_D sans aucune restriction sur les entiers a, b, c et le nombre D.

([2]) Suite de la Note XVII, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 2987. Nous nous référerons aussi aux Notes XI et XIV, 244, 1957, p. 157 et 246, 1958, p. 1147.

([3]) Que a, b, c soient premiers dans leur ensemble n'est pas restrictif (Note XVII, notations).

([4]) De combien de manières peut-on payer une somme S en pièces de 20, 10 et 5 francs,

chaque espèce devant figurer au moins une fois? Cette simple question conduit à employer trois de nos formules différentes pour $S = 95$, 100 et 80 (Réponses : $n = 16$, 16 et 9).

([5]) Remarquons que la fonction $n_0 = f(D)$ est du troisième degré pour $r =$ Cte [on remplace q par $(D - r)/abc$], et que pour $q =$ Cte elle est une fonction du second degré modifiée par le terme périodique n_r (on remplace r par $D - qabc$).

TOPOLOGIE. — *Sur le système de Postnikov d'un fibré principal.*

Note de M. **Weishu Shih**, présentée par M. Jean Leray.

On se propose de déterminer la décomposition de Postnikov d'un fibré, connaissant les décompositions de Postnikov de la base et de la fibre ([1]).

1. Etant donné une application simpliciale f d'un ensemble simplicial X dans un ensemble simplicial Y, on se propose d'étudier la décomposition de Postnikov de $[Y, X]^f$ ([4]). Comme le type d'homotopie de $[Y, X]^f$ ne dépend que du type d'homotopie de f, on peut supposer que f est minimal, c'est-à-dire que $f(X)$ est contenu dans un sous-ensemble simplicial minimal de Y; en effet, le composé ρf de f par une déformation ρ qui rétracte Y sur un sous-ensemble minimal est minimal.

Définissons pour chaque entier $m > 0$ une relation d'équivalence dans X notée $\widetilde{\langle m \rangle}$ comme suit :

$$a,\ b \in X,\ a \widetilde{\langle m \rangle} b \text{ si et seulement si } a \underset{(m)}{\sim} b \text{ et } f(a) \underset{(m+1)}{\sim} f(b),$$

où $\widetilde{(m)}$ désigne la $m^{\text{ième}}$ relation du système de Postnikov définie par Moore ([3]). Il est évident que $\widetilde{\langle m \rangle}$ est compatible avec les opérateurs faces et dégénérescences de X; donc soit $X^{\langle m \rangle} = X/\widetilde{\langle m \rangle}$ l'ensemble simplicial obtenu par passage au quotient.

Lemme 1. — *Si* X *est un ensemble simplicial de Kan, alors la projection canonique* $X \to X^{\langle m \rangle}$ *est une fibration de Kan; en particulier* $X^{\langle m \rangle}$ *est de Kan.*

Remarquons que, étant donnés trois ensembles simpliciaux de Kan A, B, C, une application f de A sur B, une fibration g de Kan de A sur C, et une application h de B dans C telle que $h.f = g$, alors h est aussi une fibration de Kan. Ceci entraîne que les projections canoniques $X^{\langle m \rangle} \to X^{\langle m-1 \rangle}$, $X^{(m+1)} \to X^{\langle m \rangle}$ et $X^{\langle m \rangle} \to X^{(m)}$ sont des fibrations de Kan.

Lemme 2. — *La fibre du fibré* $X^{\langle m \rangle} \to X^{(m)}$ *est de type* $K(\pi, m+1)$, *où* π *est l'image de* $\pi_{m+1}(X)$ *par l'homomorphisme* $\pi_{m+1}(X) \to \pi_{m+1}(Y)$ *induit par* f. *Si* $\xi \in H^{m+2}(X^{(m)}, \pi_{m+1}(X))$ *est le* $(m+1)^{\text{ième}}$ *invariant de Postnikov de* X, *alors la classe fondamentale de ce fibré est l'image de* ξ *par l'homomorphisme canonique* $H^{m+2}(X^{(m)}, \pi_{m+1}(X)) \to H^{m+2}(X^{(m)}, \pi)$ *induit par l'homomorphisme* $\pi_{m+1}(X) \to \pi$.

L'application f induit une application canonique $X^{\langle m \rangle} \to Y^{(m+1)}$ notée

encore f pour simplifier; on peut donc définir ([4]) l'ensemble simplicial $[Y^{(m+1)}, X^{\langle m \rangle}]^f$ qui va jouer le rôle du $m^{\text{ième}}$ système de Postnikov de $[Y, X]^f$. En effet, les projections canoniques $\rho^{\langle m \rangle} : X \to X^{\langle m \rangle}$ et $\rho^{(m+1)} : Y \to Y^{(m+1)}$ induisent l'application

$$(\rho^{(m+1)}, \rho^{\langle m \rangle}) : \quad [Y, X]^f \to [Y^{(m+1)}, X^{\langle m \rangle}]^f.$$

Or la projection $[Y, X]^f \to ([Y, X]^f)^{(m)}$ est compatible avec la relation d'équivalence dans $[Y, X^f]$ associée à l'application $(\rho^{(m+1)}, \rho^{\langle m \rangle})$; on obtient donc par passage au quotient une application canonique

$$\varphi_m : \quad [Y^{(m+1)}, X^{\langle m \rangle}]^f \to ([Y, X]^f)^{(m)}.$$

On montre que φ_m est un équivalence d'homotopie, et même un isomorphisme si Y est minimal; on a donc

Théorème 1. — *La décomposition de Postnikov de* $[Y, X]^f$ *est donnée par la suite des fibrations*

$$[Y, X]^f \to \ldots \to [Y^{(m+2)}, X^{\langle m+1 \rangle}]^f \to [Y^{(m+1)}, X^{\langle m \rangle}]^f \to [Y^{(m)}, X^{\langle m-1 \rangle}]^f \to \ldots.$$

2. *Application à la décomposition de Postnikov d'un fibré principal.* — On sait déjà ([2]) que les fibrés principaux, ou produits tordus, de groupe structural G et de base B sont en correspondance biunivoque avec les applications simpliciales de B dans $\overline{W}(G)$ ([2]), de plus $W(G)$ s'identifie à l'espace des chemins de $\overline{W}(G)$. On pourra donc appliquer les considérations du paragraphe 1, en remplaçant X et Y par B et $\overline{W}(G)$ respectivement, lorsqu'on aura démontré le

Lemme 3. — *Le classifiant* $\overline{W}(G)$ *d'un groupe simplicial* G *est un ensemble simplicial de Kan. Plus généralement si* ψ *est un homomorphisme d'un groupe simplicial* G *sur un groupe simplicial* Q, *alors l'application induite* $\overline{\psi} : \overline{W}(G) \to \overline{W}(Q)$ *est une fibration de Kan.*

De plus, on a un isomorphisme canonique de $\overline{W}(G^{(m+1)})$ sur $\overline{W}(G^{(m)})$ obtenu par passage au quotient à partir de l'application canonique $\overline{W}(G) \to \overline{W}(G^{(m)})$. Soit donc f une application simpliciale de B dans $\overline{W}(G)$ et E_f le fibré principal induit par f de $W(G)$. D'après le théorème 1, le $m^{\text{ième}}$ système de Postnikov $E_f^{(m)}$ de E_f est homotopiquement équivalent à

$$[\overline{W}(G)^{(m+1)}, B^{\langle m \rangle}]^f \approx [\overline{W}(G^{(m)}) B^{\langle m \rangle}]^f;$$

on a donc

Théorème 2. — *Le* $m^{\text{ième}}$ *système de Postnikov d'un fibré principal de base* B, *de groupe structural* G, *est un fibré principal dont le groupe structural est le* $m^{\text{ième}}$ *système de Postnikov de* G, *et dont la base est elle-même fibrée sur le* $m^{\text{ième}}$ *système de Postnikov de* B, *la fibre étant de type* $K(\pi, m+1)$, *où* π *est l'image de* $\pi_{m+1}(B)$ *dans* $\pi_m(G)$.

Remarque. — On peut généraliser immédiatement ces résultats au cas d'un

fibré associé à un espace fibré principal E_f, en posant la définition suivante : soit G un groupe opérant à droite dans un ensemble simplicial F par la loi d'opération $\theta : F \times G \to F$; alors les n-simplexes de l'espace fibré de fibre F associé à E_f sont les couples formés d'un n-simplexe de F et d'un n-simplexe de B. La structure simpliciale étant définie par $\partial_i = (\partial_i, \partial_i)$, $i \neq 0$ $S_j = (S_j, S_j)$ pour tout j et $\partial_0(y, x) = (\theta(\partial_0 y, \tau(x)), \partial_0 x)$, où τ est la fonction tordante définissant E_f.

(1) L'auteur a profité de conversations avec M. A. Haefliger.

(2) H. Cartan, *Séminaire*, 1956-1957, exp. 4.

(3) J. C. Moore, *Algebric Homotopy Theory*, p. 21, Princeton, 1956, *et Séminaire H. Cartan*, 1954-1955, exp. 19.

(4) Weishu Shih, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 2833.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la décomposition spectrale en opérateurs propres des opérateurs formellement symétriques.* Note (*) de M. **Ciprian Foiaş**, présentée par M. Jean Leray.

On donne une décomposition spectrale des opérateurs continus d'un espace nucléaire, symétriques par rapport à une forme hermitienne continue, en opérateurs propres, définis et continus sur cet espace, à valeurs dans son dual. Comme application on donne la décomposition en noyaux propres de tout opérateur différentiel en n variables, formellement symétrique.

1. Le problème de la décomposition spectrale des opérateurs est assez récent. Ainsi, dans la théorie des opérateurs aux dérivées partielles (1) on donne la décomposition spectrale des opérateurs autoadjoints d'un certain type, en « distributions » propres. Le cas abstrait, d'après notre connaissance, a été traité pour la première fois par Gelfand et Kostutchenko, mais la décomposition qu'ils ont obtenue, n'est en aucun sens unique (2). La décomposition que nous allons donner est en un certain sens uniquement déterminée par tout prolongement maximal symétrique de l'opérateur et d'autre part les opérateurs propres qui lui correspondent sont hermitiens dans un sens très naturel [*voir* (3)], en étroite liaison avec les décompositions spectrales de la mécanique quantique.

2. Soit $\mathcal{E}$ un espace nucléaire (3), $\mathcal{E}^*$ l'espace vectoriel des formes linéaires conjuguées ($\langle x^*, \lambda x\rangle = \bar{\lambda}\langle x^*, x\rangle$) sur $\mathcal{E}$, muni de la topologie de la convergence uniforme sur les ensembles bornés de $\mathcal{E}$, et soit $(x|y)$ *une forme hermitienne sur* $\mathcal{E}$, *telle que* $\|x\| = \sqrt{(x|x)}$ *est une norme continue sur* $\mathcal{E}$. Soit $\mathcal{H}$ l'espace hilbertien obtenu de $\mathcal{E}$, par complétion par rapport à la norme $\|x\|$.

Alors $\mathcal{E} \subset \mathcal{H} \subset \mathcal{E}^*$, les inclusions étant continues, $\mathcal{E}$ étant dense dans $\mathcal{E}^*$. Soit A *un opérateur continu de* $\mathcal{E}$ *dans* $\mathcal{E}$, *symétrique par rapport à* $(x|y)$, c'est-à-dire $(Ax|y) = (x|Ay)$. Alors l'adjoint A^* de A, qui est un opérateur continu de

$\mathcal{E}^\star$ dans $\mathcal{E}^\star$ est le prolongement de A, par continuité de $\mathcal{E}$ sur tout $\mathcal{E}^\star$. Il est naturel de l'identifier justement avec A.

Soit $\|x\|_1 \geqq \|x\|$ la semi-norme (en fait, la norme) de la famille filtrante des semi-normes définissant la topologie de $\mathcal{E}$, telle que le plongement de $\mathcal{E}_1$ dans $\mathcal{H}$, où $\mathcal{E}_1$ est le complété de $\mathcal{E}$ par la norme $\|x\|_1$, soit une transformation nucléaire. Cela étant, on peut énoncer le

Théorème 1. — *A tout prolongement maximal symétrique* $\hat{A}$ *dans* $\mathcal{H}$ *de* A, *il correspond une mesure positive bornée* $\sigma(\lambda)$ *définie sur* $(-\infty, +\infty)$ *et déterminée à une équivalence près, et des opérateurs* χ_λ *définis presque partout par rapport à* σ, *continus de* $\mathcal{E}_1$, *à valeurs dans* $\mathcal{E}_2^\star$, *tels que :*

(1) $\langle \chi_\lambda x, y \rangle$ *est* σ*-intégrable quels que soient* $x, y \in \mathcal{E}_1$, *et la mesure* $\langle \chi_\lambda x, y\rangle d\sigma(\lambda)$ *est uniquement définie;*

(2) *Pour tout* $x, y \in \mathcal{E}_1$ *on a*

$$(x \mid y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \chi_\lambda x, y \rangle \, d\sigma(\lambda)$$

et

(3) $$\overline{\langle \chi_\lambda x, y \rangle} = \langle \chi_\lambda y, x \rangle, \qquad \langle \chi_\lambda x, x \rangle \geqq 0$$

Pour tout $x, y \in \mathcal{E}$,

(4) $$(Ax \mid y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda \langle \chi_\lambda x, y \rangle \, d\sigma(\lambda)$$

et

(5) $$A\chi_\lambda = \chi_\lambda A = \lambda \chi_\lambda,$$

où dans le premier membre A *doit être considéré opérateur de* $\mathcal{E}^\star$, *tandis que dans la deuxième comme opérateur de* $\mathcal{E}$, χ_λ *étant considérés cette fois opérateurs de* $\mathcal{E}$ *à valeurs dans* $\mathcal{E}^\star$, (il en résulte qu'ils sont aussi continus de $\mathcal{E}$ à $\mathcal{E}^\star$).

Soit B un autre opérateur symétrique tel que $(Bx \mid x) \geqq r(x \mid x)$ pour tout $x \in \mathcal{E}$, où $r > 0$. Alors on a le

Théorème 2. — *Il existe une mesure positive bornée* $\sigma(\lambda)$ *définie sur* $(-\infty, +\infty)$, *et des opérateurs* χ_λ *continus de* $\mathcal{E}$ *à* $\mathcal{E}^\star$, *définis presque partout par rapport à* σ, *tels que* $\langle \chi_\lambda, x, y \rangle$ *est* σ*-intégrable pour tout* $x, y \in \mathcal{E}$ *et*

(6) $$(x \mid y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \chi_\lambda x, x \rangle \, d\sigma(x) \qquad x, y \in \mathcal{E},$$

(7) $$A\chi_\lambda = \lambda B \chi_\lambda,$$

où A *et* B *sont considérés dans* $\mathcal{E}^\star$.

Ce théorème correspond au cas traité par Browder [*voir* ([1])] quand $\zeta(x) \geqq r > 0$.

3. Soit D un opérateur différentiel à coefficients indéfiniment différentiables défini dans R^n. Alors si D est formellement symétrique par rapport à

$\int x(s)\overline{y(s)}\,ds$, où $s=(s_1, \ldots, s_n)\in R^n$, en prenant comme espace $\mathcal{E}$ l'espace $\mathcal{D}$ de Schwartz, on a le

THÉORÈME 3. — *A tout prolongement maximal symétrique* $\hat{D}$ *dans* $L^2(R^n)$ *de* D, *correspondent une mesure positive déterminée à une équivalence près et des « noyaux »* ([4]) $\hat{\chi}_{\lambda, s\times t}$ *définis presque partout par rapport à* σ, *tels que*

$$x(s)=\int_{-\infty}^{+\infty} \langle \hat{\chi}_{\lambda, s\times t},\, x(t)\rangle\, d\sigma(\lambda), \qquad x\in \mathcal{D}, \tag{8}$$

$$\overline{\hat{\chi}}_{\lambda, s\times t}=\hat{\chi}_{\lambda, t\times s}, \tag{9}$$

$$D_s\hat{\chi}_{\lambda, s\times t}=D_t\hat{\chi}_{\lambda, s\times t}=\lambda\hat{\chi}_{\lambda, s\times t}, \tag{10}$$

où en (8), *dans le premier membre,* $x(s)\in \mathcal{D}'$.

Cette décomposition contient toute autre décomposition d'un opérateur différentiel formellement symétrique, mais il est évident qu'en particularisant l'opérateur (par exemple en le prenant elliptique, etc.) on obtient des précisions sur la nature des « noyaux » $\hat{\chi}_{\lambda, s\times t}$.

(*) Séance du 12 mai 1958.

([1]) Par exemple, les travaux de L. GARDING, *C. R. XIIe Congrès des Math. scandinaves*, Lund, 1933, p. 44-55 ou de F. E. BROWDER, *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S. A.*, 1954, p. 454-459 et 1956, p. 769-772.

([2]) I. M. GELFAND et A. G. KOSTUTCHENKO, *Doklady Acad. Nauk. S. S. S. R.*, 103, 1955, n° 3, *voir* aussi I. M. GELFAND et G. E. SILOV, *J. Math. pures et appl.*, 35, 1956, p. 384-414.

([3]) En ce qui concerne les espaces vectoriels nucléaires, *voir* GROTHENDIECK, *Mem. Amer. Math. Soc.*, 16, 1955, ch. II, § 2.

([4]) En ce qui concerne les « noyaux », *voir* L. SCHWARTZ, *Proc. Intern. Congress Math.* 1, 1950, p. 220-230.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Mesure des constantes élastiques de la périclase jusqu'à* 1 200° C. Note (*) de Mlle **CHRISTIANE SUSSE**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Nous avons utilisé dans ces mesures une méthode de résonance décrite en détail dans une publication précédente ([1]).

Les échantillons de périclase qui se présentent sous la forme d'éprouvettes cylindriques ont été taillés à partir de gros blocs de magnésie électrofondue fournis par la Compagnie Norton. La densité mesurée avec précision sur plusieurs éprouvettes est $\rho = 3{,}5765 \pm 0{,}0005$.

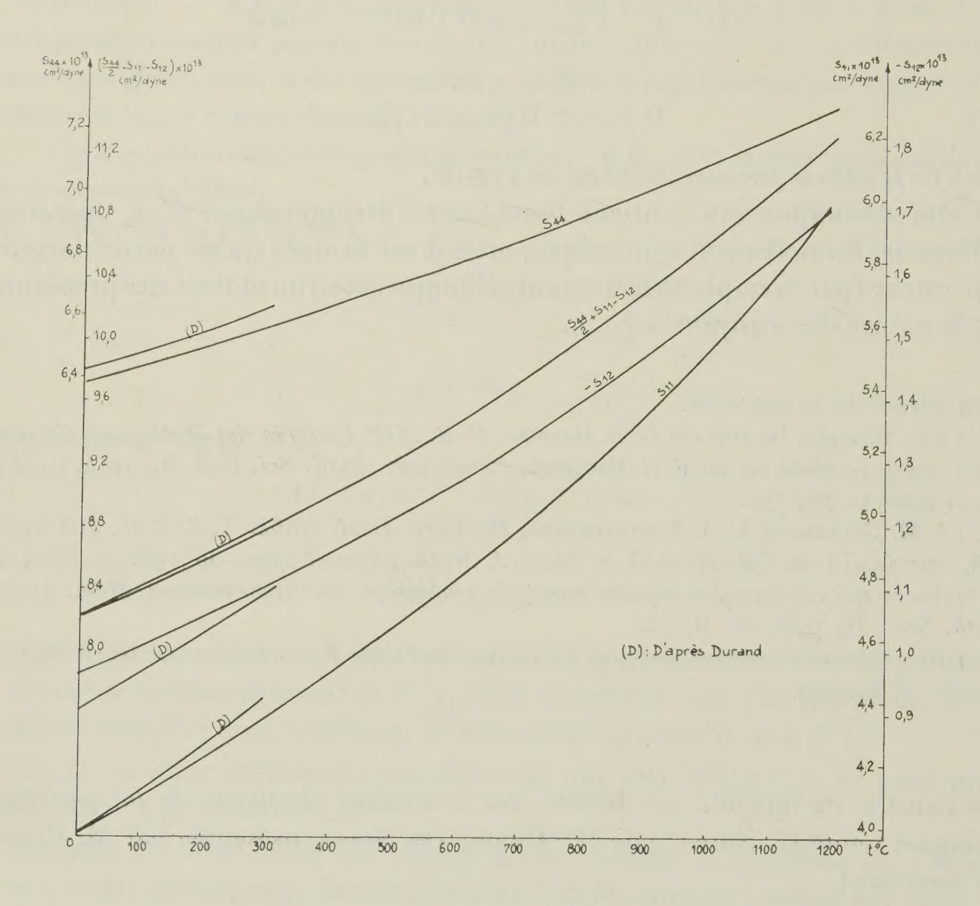
Le tableau I donne les caractéristiques géométriques et cristallographiques des éprouvettes ainsi que le mode de vibration excité dans chacune, le module élastique correspondant et sa valeur à 20° C.

Dans le cas de vibrations de torsion ces modules sont reliés chacun à la

fréquence de résonance correspondante f par la relation

$$T = \frac{h^2}{4 f^2 l^2 \rho}, \tag{1}$$

ρ, densité de l'éprouvette;
l, longueur;
h, rang de l'harmonique.



Pour l'éprouvette n° 5 la correction d'inertie latérale de Rayleigh fournit une approximation suffisante. On a

$$s_{11} = \frac{h^2}{4 l^2 f^2 \rho \left(1 + \frac{h^2 \pi^2 \sigma^2 r^2}{4 l^2}\right)^2}, \tag{2}$$

où r est le rayon de l'éprouvette et σ le coefficient de Poisson c'est-à-dire ici $\sigma = s_{12}/s_{11}$,

Les éprouvettes n°s 3 et 4 ont donné pour $T = (s_{44}/2) + s_{11} - s_{12}$ des résultats concordants. En effet les écarts ($1,5 . 10^{-3}$ à 20° et 10^{-4} à 1200°C) sont à l'intérieur des marges d'erreurs.

Par contre les éprouvettes n°s 1 et 2 ont donné pour s_{44} des valeurs distantes de 6.10^{-3} de façon systématique de 20 à 1 200°C.

Plusieurs essais ont montré qu'il ne s'agissait pas d'une mauvaise fixation des fils transmetteurs de vibration et nous pensons que la valeur trop forte du module s_{44} de l'éprouvette n° 2 est plutôt due à un défaut de ce cristal. En effet une mesure de s_{44} à 20°C avec l'éprouvette n° 5 a donné un résultat qui concorde avec le n° 1 compte tenu des marges d'erreurs.

TABLEAU I.

N°	Orientation de l'axe du cylindre.	Diamètre approximatif (mm).	Longueur approximative (mm).	Mode de vibration.	Module élastique (T).	$T_{(20°)}.10^{13}$ (cm²/dyne).
1.......	100	10	50	Torsion	s_{44}	6,388
2.......	100	10	40	»	s_{44}	6,427
3.......	110	10	40	»	$\frac{s_{44}}{2}+s_{11}-s_{12}$	8,167
4.......	110	10	40	»	$\frac{s_{44}}{2}+s_{11}-s_{12}$	8,179
5.......	100	5	50	Compression	s_{11}	3,999

TABLEAU II.

Les s_{ij} sont exprimés en centimètres carrés par dyne.

					Résultats de Durand.			
t (°C).	$s_{11}.10^{13}$.	$s_{44}.10^{13}$.	$-s_{12}.10^{13}$.	$\left(\frac{s_{44}}{2}+s_{11}-s_{12}\right).10^{13}$.	$s_{11}.10^{13}$.	$s_{44}.10^{13}$.	$-s_{12}.10^{13}$	$\left(\frac{s_{44}}{2}+s_{11}-s_{12}\right).10^{13}$.
20.....	3,999	6,388	0,974	8,167	4,019	6,458	0,933	8,176
100.....	4,095	6,434	1,007	8,319	4,116	6,503	0,973	8,334
200.....	4,223	6,497	1,051	8,522	4,250	6,566	1,030	8,562
300.....	4,358	6,560	1,099	8,737	4,402	6,633	1,092	8,810
400.....	4,502	6,629	1,149	8,964	–	–	–	–
500.....	4,652	6,698	1,206	9,207	–	–	–	–
600.....	4,809	6,770	1,263	9,458	–	–	–	–
700.....	4,976	6,847	1,320	9,719	–	–	–	–
800.....	5,153	6,922	1,392	10,01	–	–	–	–
900.....	5,339	7,001	1,467	10,31	–	–	–	–
1 000.....	5,537	7,082	1,539	10,62	–	–	–	–
1 100.....	5,747	7,168	1 617	10,95	–	–	–	–
1 200.....	5,967	7,261	1,702	11,30	–	–	–	–

Nous avons donc utilisé pour nos calculs les résultats de l'éprouvette n° 1. Dans le calcul des modules élastiques nous avons fait la correction rendant compte de la dilatation thermique des éprouvettes en utilisant les valeurs données par Durand (2) pour le coefficient de dilatation thermique de 20 à

1000°C. Nous avons extrapolé ses valeurs jusqu'à 1200°C. La précision sur s_{11} et s_{44} est de $1,2.10^{-3}$ et sur s_{12} de 2.10^{-2}. Les valeurs adiabatiques des constantes élastiques sont données dans le tableau II et représentées graphiquement sur la figure 1 ainsi que les résultats de Durand ([3]) dans le domaine commun de température. La précision de nos mesures de température est de ± 1°C à 1200°C.

Nous avons représenté aussi les résultats concernant le module élastique $[(s_{44}/2)+s_{11}-s_{12}]$ car il est intéressant de voir que pour celui-ci l'accord entre les valeurs de Durand et les nôtres à 20°C est très bon alors que pour s_{11} il y a un écart de 5.10^{-3} et pour s_{44} un écart de 11.10^{-3}. Les pentes des courbes s_{ij} en fonction de la température sont voisines excepté pour s_{12} qui est connu avec une précision moins bonne.

Si l'on se rappelle que l'une de nos éprouvettes, le n° 2 nous a donné une valeur de s_{44} intermédiaire entre celle du n° 1 et celle de Durand, on peut supposer que les écarts ne proviennent pas des méthodes utilisées mais plutôt des échantillons eux-mêmes.

(*) Séance du 19 mai 1958.

([1]) C. Susse, *J. Phys. Rad.*, 17, 1956, p. 910.
([2]) M. Durand, *Physics*, 7, 1936, p. 297.
([3]) M. Durand, *Phys. Rev.*, 50, 1936, p. 449.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la dynamique des écoulements fluides à deux phases.* Note (*) de MM. **Peter Grassmann** et **Lionel H. Lemaire**, transmise par M. Henri Villat.

Cette Note fait suite à une Note antérieure au sujet de la dynamique des bulles gazeuses dans un liquide; on indique une méthode de représentation graphique suggérée par une analogie avec un procédé de Chimie physique.

La dynamique des écoulements fluides à deux phases n'ayant été jusqu'à présent accessible à aucune théorie générale, il semble indiqué de chercher à établir dans divers cas particuliers des relations entre des coefficients sans dimension et de tenter ensuite de rapprocher les résultats obtenus. C'est ainsi que, lorsque trois ou quatre types de forces semblent exercer une influence nettement prédominante, on peut généraliser une analogie existant avec la méthode de représentation des concentrations usuelle en Chimie physique.

Le champ d'influence de trois types de forces (ou d'énergies) peut en effet être représenté par un triangle équilatéral, dont chacun des trois sommets symbolise une des forces. Chaque côté indique alors la variation d'un coefficient sans dimension, défini comme quotient des deux forces correspondant

aux sommets qui le limitent. A l'intérieur d'un tel triangle le lieu géométrique des différentes valeurs de l'un quelconque de ces coefficients sans dimension est un faisceau de droites issues du sommet opposé. Par exemple si les trois forces considérées sont une force d'inertie F_i, une force de viscosité F_v et une force de tension superficielle F_t, le côté F_iF_v représente la variation du nombre de Reynolds, tandis que le long de toute droite joignant un point de ce côté au sommet F_t le nombre de Reynolds reste constant (*fig.* 1).

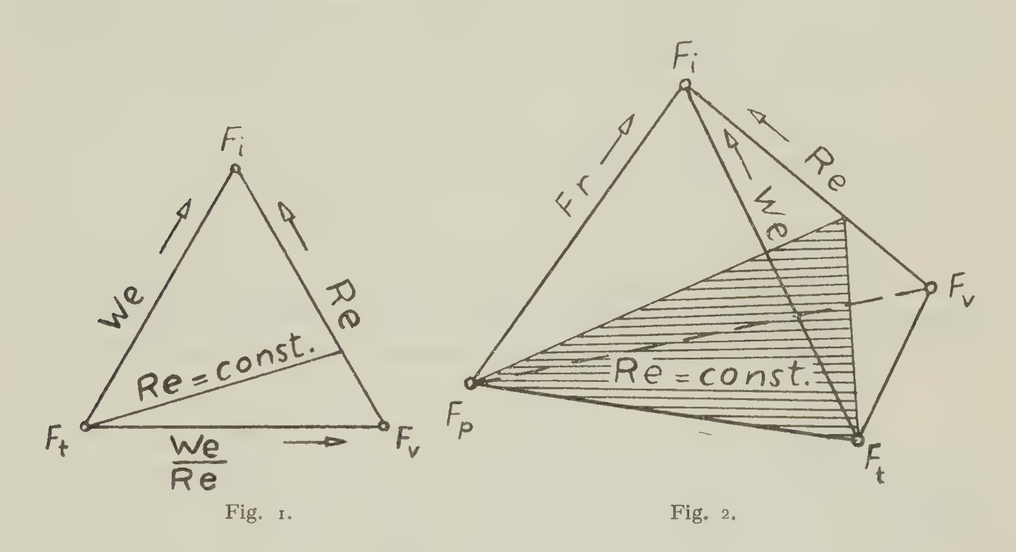


Fig. 1. Fig. 2.

Une généralisation de ce procédé conduit dans le cas de quatre types de forces à un tétraèdre régulier, dont les forces occupent les quatre sommets ([1]). Cette représentation est directement applicable à l'étude de la dynamique d'une phase gazeuse dispersée à l'état de bulles dans une phase liquide. En effet les forces exerçant une action prépondérante semblent être ici les forces F_i, F_v et F_t de la phase liquide, auxquelles il convient d'ajouter la force de pesanteur F_p([2]); les coefficients sans dimension correspondants sont les nombres de Reynolds, Weber et Froude. Les trois arêtes F_vF_i, F_tF_i et F_pF_i indiquent alors linéairement la variation des trois fonctions : $[1+(1/\mathrm{Re})]^{-1}$, $[1+(1/\mathrm{We})]^{-1}$ et $[1+(1/\mathrm{Fr})]^{-1}$ respectivement, c'est-à-dire sur des échelles hyperboliques la variation des nombres Re, We et Fr.

On peut démontrer qu'à l'intérieur du tétraèdre ainsi défini les lieux géométriques correspondant à des valeurs constantes du nombre de Reynolds sont les différentes positions d'un plan pivotant autour de l'arête F_tF_p, tandis que pour les nombres de Weber et de Froude les plans pivotent autour des arêtes F_pF_v et F_vF_t respectivement (*fig.* 2). A chaque point de l'intérieur du tétraèdre correspond ainsi une valeur déterminée de chacun des nombres Re, We et Fr, croissant de zéro dans le plan $F_pF_vF_t$ à l'infini vers le sommet F_i.

Toute relation entre les nombres Re, We et Fr découverte par l'expérience

ou la théorie peut être directement représentée dans le tétraèdre ou dans l'une de ses coupes et placée ainsi dans le champ d'influence des quatre forces. En particulier la surface d'équation $\mathrm{Fr}.\mathrm{We}^{-3}\mathrm{Re}^{4} = F_i^2 F_\iota^3 F_v^{-4} F_p^{-1} =$ constante y détermine les points physiquement possibles pour un liquide dans un état donné ([2]).

Cette représentation graphique est également applicable à l'étude de la propagation d'une onde à la surface d'un liquide, quand l'influence des forces F_i, F_ι, F_p et à degré moindre F_v prédomine, comme il a été observé déjà dans maintes expériences.

(*) Séance du 28 mai 1958.

([1]) *Z. angew. Math. Physik*, 9 *b*, 1958, p. 307.

([2]) *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 1378.

THERMOCINÉTIQUE. — *Les paradoxes de la théorie continue de l'équation de la chaleur*. Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Gustave Ribaud.

On sait que l'équation de la chaleur, du fait qu'elle n'analyse pas le mécanisme profond de la progression de la chaleur, présente certaines conséquences physiquement inadmissibles. Les difficultés disparaissent, en principe, quand on peut faire jouer la structure réelle de la matière, et l'on sait rendre compte alors de certaines propriétés physiques nouvelles (gaz très raréfiés).

En fait, l'équation classique ne soulève normalement de problème pratique, que si l'on doit considérer des distances extrêmement petites ou des durées extraordinairement brèves, mais c'est justement le cas dans certains problèmes modernes d'aérothermique. Il est évident qu'il faudra bien les résoudre en tenant effectivement compte de leur mécanisme, mais l'interprétation classique est déjà si difficile qu'on voudrait éviter la complication supplémentaire d'une théorie cinétique, et il serait donc intéressant, tout en laissant à l'équation de la chaleur une forme voisine, de la compléter de telle sorte qu'elle ne fût plus totalement inapte à traduire les faits modernes. D'autre part, il serait utile, de toute manière, de disposer d'une équation de la chaleur dont le principe ne fût pas insoutenable. L'origine des difficultés est dans la loi même de Fourier, qui suppose le mécanisme de transmission de la chaleur *instantanément* établi en toute circonstance. On retrouve d'ailleurs le même inconvénient dans les équations de Maxwell en tant qu'elles utilisent la loi d'Ohm.

Dans deux Notes antérieures ([1]), nous avions proposé une solution pour un cas très particulier, admettant que, lorsqu'un flux thermique tombe brusquement sur la surface d'un milieu conducteur, la conductivité part de zéro et s'établit exponentiellement, avec constante de temps τ, à sa valeur normale λ_0.

Nous nous proposons d'indiquer aujourd'hui qu'on peut, suivant la même idée, présenter une théorie générale.

En effet, la conception cinétique voit l'origine de la transmission dans l'organisation nouvelle d'un champ de vitesse (translation ou vibration) modifié par l'arrivée d'un flux de chaleur. C'est donc une question d'inertie, et l'on est conduit à écrire qu'à un gradient de température ne correspondra la densité de flux de chaleur qu'à un petit terme près lié à la variation de cette densité dans le temps.

Traitant le problème à une dimension, nous écrirons ainsi, au lieu de la loi de Fourier, φ étant la densité de flux de chaleur, et λ la conductivité :

$$(1)\qquad -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}=\varphi+\tau\frac{\partial\varphi}{\partial t}.$$

τ est une constante de temps très petite. Dans le cas d'un milieu gazeux elle serait sans doute de l'ordre de la durée de quelques libres parcours moyens. D'autre part, la conservation de la chaleur fait écrire, à la manière habituelle, $c\rho$ étant la chaleur spécifique voluminique :

$$(2)\qquad -\frac{\partial\varphi}{\partial x}=c\rho\frac{\partial T}{\partial t}.$$

L'élimination de φ entre (1) et (2) donne la nouvelle équation de la chaleur :

$$(3)\qquad \frac{\lambda}{c\rho}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}-\tau\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}-\frac{\partial T}{\partial t}=0.$$

C'est une équation hyperbolique, admettant donc une propagation pour la chaleur. Les paradoxes disparaissent. On peut même préciser qu'il s'agit de l'équation des télégraphistes, qui a été fort étudiée et a donné lieu à une discussion très riche. Nous n'insisterons pas davantage ici.

Si le milieu est gazeux, la diffusivité thermique $\lambda/c\rho$ est, la première approximation, en raison inverse de la pression, ainsi que l'intervalle de temps séparant deux chocs, et donc la durée τ (10 fois cet intervalle, par exemple). Le groupe des deux premiers termes de (3) augmente donc proportionnellement à la raréfaction, et pour autant que puisse demeurer le concept de conductivité thermique, l'équation de la chaleur tendrait vers le type hyperbolique pur :

$$(4)\qquad \frac{\lambda}{\tau c\rho}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}=0,$$

à quoi correspond la vitesse de propagation $\sqrt{\lambda/\tau c\rho}$, de l'ordre de 150 m/s pour l'azote.

(1) *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 43 et 114.

THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE. — *Influence de l'homogénéité du mélange carburé sur le rendement thermique des moteurs d'automobile et sur la teneur en oxyde de carbone de leurs gaz d'échappement.* Note de MM. **Henri Griffon, Henri Heim de Balsac** et **Max Serruys**, présentée par M. Armand de Gramont.

On sait que l'hétérogénéité du mélange carburé sortant du carburateur favorise une répartition inégale du combustible entre les différents cylindres du moteur, rend son fonctionnement correct plus difficile à obtenir sans excès de combustible, réduit, soit de ce fait, soit directement, le rendement thermique réalisable et contribue de toutes manières à accroître les quantités d'imbrûlés pouvant subsister dans les gaz d'échappement (en particulier, l'oxyde de carbone et le carbone amorphe).

Toute amélioration de l'homogénéité du mélange carburé doit donc en principe améliorer les conditions de fonctionnement des moteurs à explosion, tant au point de vue de l'hygiène qu'au point de vue de la consommation de carburant.

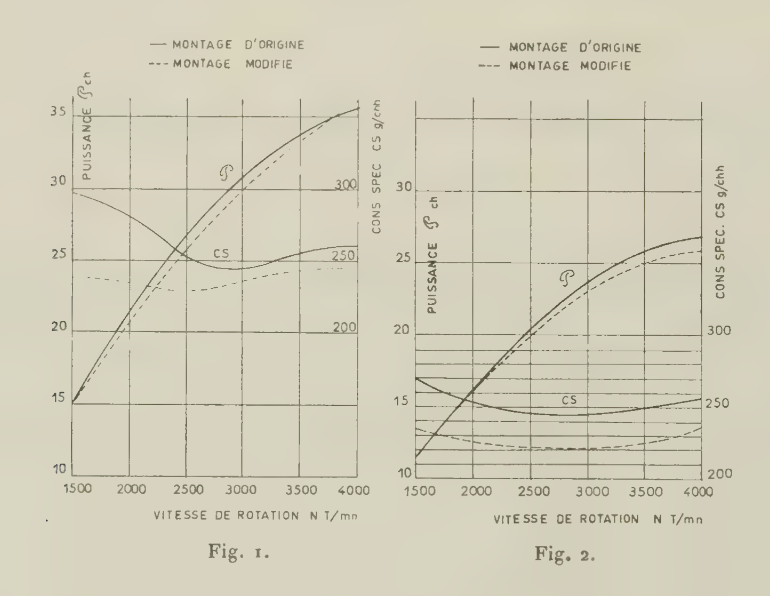


Fig. 1. Fig. 2.

La présente Note résume les résultats obtenus par les auteurs au cours d'une série d'expériences effectuées sur trois moteurs d'automobiles différents, de types très répandus en France, pour contrôler le bien-fondé de ces prévisions en opérant : tantôt sans modification, tantôt avec interposition, entre carburateur et canalisation d'admission, de dispositifs statiques tendant à améliorer la pulvérisation du carburant et en ajustant le réglage de carburation suivant les possibilités dues à la présence de ces dispositifs.

Sans entrer dans les détails de réalisation, il suffira de dire que le principe de ces dispositifs est d'accroître le laminage des gaz carburés, d'autant plus fortement que le débit aspiré par le moteur est plus faible.

Les résultats des essais, tous effectués à pleine admission, pour des températures d'eau et d'huile fixes, sont les suivants :

A. *Puissance et consommation spécifique* (¹). — Les graphiques 1, 2, 3 et 3 *bis* représentent respectivement pour chacun des trois moteurs d'automobile à quatre cylindres de grande série qui ont été expérimentés :

— en trait plein, la puissance et la consommation spécifique réalisées avec le carburateur et le montage d'origine;

— en trait mixte, la puissance et la consommation spécifique réalisées avec un réglage spécial associé au dispositif destiné à provoquer un laminage supplémentaire des gaz admis au moteur.

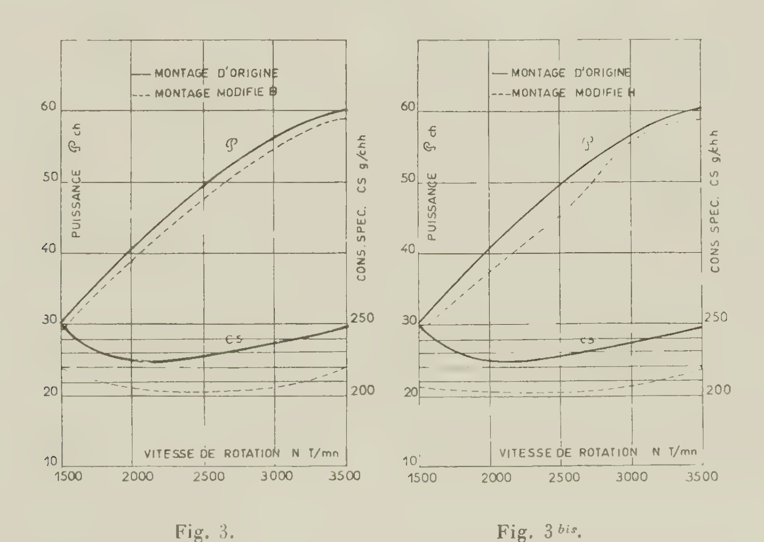


Fig. 3. Fig. 3 *bis*.

On voit que dans tous les cas et à toutes les vitesses, il y a réduction importante de la consommation spécifique, pour une perte de puissance généralement faible (parfois même négative).

B. *Teneurs en oxyde de carbone* (²). — On a déterminé sur la cuve à mercure et à partir d'échantillons prélevés au cours des mêmes essais, les teneurs en acides carbonique, oxygène et oxyde de carbone des gaz brûlés évacués par le moteur, et l'on en a déduit les « indices de toxicité » CO/CO_2. Ceci a permis de dresser les graphiques des figures 4, 5 et 6 (qui correspondent aux mêmes moteurs et aux mêmes réglages que les graphiques 1, 2 et 3), et en outre de constater que le moteur et le réglage correspondant à la figure 3 *bis* fournissent des gaz brûlés pratiquement exempts d'oxyde de carbone quelle que soit la vitesse de rotation entre 1500 et 3 500 t/mn.

Comme dans le cas précédent, les courbes en trait plein correspondent au montage d'origine, et les courbes en trait mixte au fonctionnement avec dispositif destiné à parfaire la pulvérisation et avec réglage adapté. On voit que dans tous les cas, il y a une très forte réduction des teneurs en oxyde de carbone.

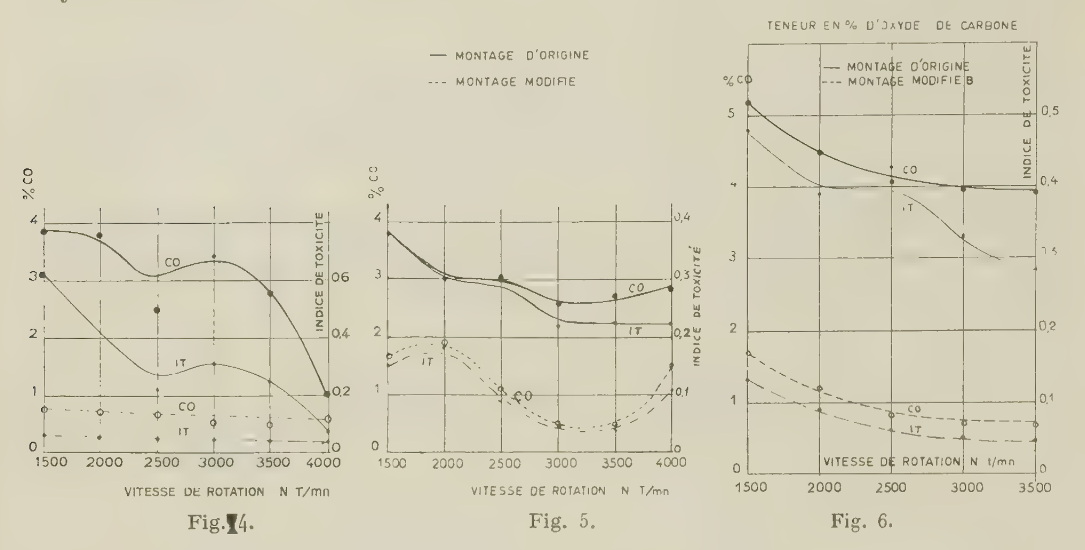


Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

L'ensemble de ces résultats paraît bien confirmer qu'un laminage supplémentaire du mélange carburé et le réglage plus pauvre de la carburation qu'il rend acceptable constituent des moyens simples et efficaces non seulement de réduire la consommation en carburant des véhicules automobiles (en ville principalement), mais surtout de réduire la pollution de l'atmosphère par les gaz d'échappement des moteurs à explosion et de contribuer ainsi à améliorer les conditions hygiéniques de respiration dans les cités.

Au cours des mêmes expériences, il a été effectué des prélèvements de poussière dont il sera rendu compte ultérieurement.

([1]) Avec la collaboration technique de M. Fesquet du Laboratoire de M. M. Serruys.

([2]) Avec la collaboration technique de M. Capus du Laboratoire de M. Griffon.

PHYSIQUE CORPUSCULAIRE. — *Système intégro-différentiel du problème de collision comprenant quatre nucléons. Cas des états de spin total* 0 *et* 1. Note (*) de MM. **Philip Burke** et **William Laskar**, transmise par M. Francis Perrin.

La collision de deux groupes de particules (12, 34) ou (1, 324) ou (2, 413) est étudiée en supposant, en plus d'une interaction coulombienne répulsive entre les particules 2 et 4, la même interaction centrale entre chaque paire de particules. La fonction propre traduit la structure en groupes de résonance (J. A. Wheeler), du système considéré. Les résultats qui suivent sont relatifs à $S = 0$ et $S = 1$.

Au cours de la Note I, nous avons indiqué les notations et la méthode suivie [1]. Ici nous donnons les résultats pour $S=0$ et $S=1$. Pour chaque valeur de S ($S=0$, ou $S=1$) on obtient un système intégro-différentiel de trois équations couplées pour déterminer $F_S(12, 34)$, $G_S(1, 324)$ et $H_S(2, 413)$ qui peut s'écrire sous une forme condensée :

$$(\mathcal{A}\nabla^2+\mathcal{E})\mathcal{F}_S(\vec{r})=\mathcal{U}_S(r)\mathcal{F}_S(\vec{r})+\int\mathcal{K}_S(\vec{r},\vec{r}')\mathcal{F}_S(\vec{r}')\,d\vec{r}'.$$

Dans cette formule, toutes les lettres anglaises représentent des matrices dont nous donnons ci-après les caractères et les éléments;

$\mathcal{A}$ et $\mathcal{E}$ sont deux matrices diagonales dont les éléments s'écrivent pour $S=0$ comme pour $S=1$:

$$a^{11}=\frac{\hbar^2}{2M},\qquad a^{22}=\frac{2\hbar^2}{3M},\qquad a^{33}=\frac{2\hbar^2}{3M},$$

$$E^{11}=E(ij)=E(fk),\qquad E^{22}=E(i)=E(f),\qquad E^{33}=E(j)=E(k);$$

$\mathcal{F}_S(\vec{r})$ est un vecteur dont les composantes sont :

$$F_S(ij, fk),\qquad G_S(i, fjk),\qquad H_S(j, kif),$$

$\mathcal{U}_S(r)$ et $\mathcal{K}_S(\vec{r},\vec{r}')$ sont des matrices opérateurs self-adjointes; on peut vérifier directement que l'on a

$$K^{ij}(\vec{r},\vec{r}')=K^{ji}(\vec{r}',\vec{r})=[K^{ij}(\vec{r},\vec{r}')]^{\dagger}.$$

C'est pourquoi il nous suffit de donner seulement les éléments ci-après :

$$U^{11}(r)=\int\chi^2(12)\,\chi^2(34)\,\{\alpha^{11}V_{23}+V^C_{24}\}\,d(12)\,d(34),$$

$$U^{22}(r)=\int\varphi^2(324)\,\{\alpha_1^{22}[V_{12}+V_{14}]+\alpha_2^{22}V_{13}\}\,d\tau(324),$$

$$U^{33}(r)=\int\eta^2(413)\,\{\alpha_1^{33}[V_{12}+V_{23}]+\alpha_2^{33}V_{24}+V^C_{24}\}\,d\tau(413),$$

$$U^{12}(r)=U^{13}(r)=0,$$

$$U^{23}(r)=\int\varphi(324)\,\alpha^{23}[V_{12}+V_{14}]\,\eta(324)\,d\tau(324);$$

$$Q^{11}(\vec{r},\vec{r}')=(2)^3\int\chi(12)\,\chi(34)\,[\beta_1^{11}V_{12}+\beta_2^{11}V_{34}]\,\chi(14)\,\chi(23)\,d\vec{s},$$

$$P^{11}(\vec{r},\vec{r}')=(2)^3\int\{\chi(12)\,\chi(34)\,\gamma_1^{11}[V_{12}+V_{14}+V_{23}+V_{34}]\,\chi(14)\,\chi(23)$$
$$+\gamma_2^{11}\,\mathcal{T}[\chi(12)\,\chi(34)\,\chi(14)\,\chi(23)]\}\,d\vec{s},$$

$$N^{11}(\vec{r},\vec{r}')=(2)^3\int\chi(12)\,\chi(34)\,[\varepsilon^{11}V^C_{24}+\zeta^{11}\mathcal{E}]\,\chi(14)\,\chi(23)\,d\vec{s};$$

$$Q^{12}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{12}\left(\frac{9}{4}\right)^3\int\chi(12)\,\chi(34)\,[\beta_1^{12}V_{13}+\beta_2^{12}V_{14}]\,\varphi(324)\,d\vec{s},$$

$$P^{12}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{12}\left(\frac{9}{4}\right)^3\int\{\chi(12)\,\chi(34)\,[\gamma_1^{12}(V_{12}+V_{34})+\gamma_2^{12}V_{23}+\gamma_3^{12}V_{24}]\,\varphi(324)+$$

$$+\mathcal{T}[\chi(12)\chi(34)\varphi(324)]\}\, d\vec{s},$$

$$N^{12}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{12}\left(\frac{9}{4}\right)^3\int\chi(12)\chi(34)[V_{24}^{C}-\mathcal{E}]\varphi(324)\, d\vec{s};$$

$$Q^{13}(\vec{r}',\vec{r}')=\lambda^{13}\left(\frac{9}{4}\right)^3\int\chi(12)\chi(34)[\beta_1^{13}V_{23}+\beta_2^{13}V_{24}]\eta(413)\, d\vec{s},$$

$$P^{13}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{13}\left(\frac{9}{4}\right)^3\int\{\chi(12)\chi(34)[\gamma_1^{13}(V_{12}+V_{34})+\gamma_2^{13}V_{13}+\gamma_3^{13}V_{14}]\eta(413)$$
$$+\mathcal{T}[\chi(12)\chi(34)\eta(413)]\}\, d\vec{s},$$

$$N^{13}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{13}\left(\frac{9}{4}\right)^3\int\chi(12)\chi(34)[V_{24}^{C}-\mathcal{E}]\eta(413)\, d\vec{s};$$

$$Q^{22}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{22}\left(\frac{27}{16}\right)^3\int\varphi(324)[\beta_1^{22}V_{13}+\beta_2^{22}V_{24}]\varphi(124)\, d\vec{s},$$

$$P^{22}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{22}\left(\frac{27}{16}\right)^3\int\{\varphi(324)\gamma^{22}[V_{12}+V_{14}+V_{23}+V_{34}]\varphi(124)$$
$$+\mathcal{T}[\varphi(324)\varphi(124)]\}\, d\vec{s};$$

$$N^{22}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{22}\left(\frac{27}{16}\right)^3\int\varphi(324)[V_{24}^{C}-\mathcal{E}]\varphi(124)\, d\vec{s};$$

$$Q^{23}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{23}\left(\frac{27}{16}\right)^3\int\varphi(324)[\beta_1^{23}V_{12}+\beta_2^{23}V_{23}+\beta_3^{23}V_{24}]\eta(413)\, d\vec{s},$$

$$P^{23}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{23}\left(\frac{27}{16}\right)^3\int\{\varphi(324)[\gamma_1^{23}(V_{12}+V_{34})+\gamma_2^{23}V_{23}]\eta(413)$$
$$+\gamma_3^{23}\mathcal{T}[\varphi(324)\eta(413)]\}\, d\vec{s},$$

$$N^{22}(\vec{r},\vec{r}')=\lambda^{23}\left(\frac{27}{16}\right)^3\int\varphi(324)[\varepsilon^{23}V_{24}^{C}+\zeta^{23}\mathcal{E}]\eta(413)\, d\vec{s}.$$

Les éléments Q^{33}, P^{33} et N^{33} se déduissent de Q^{22}, P^{22} et N^{22} en remplaçant φ par η et en faisant la transposition correspondante pour les particules.

Les valeurs des coefficients λ, α, β, γ, ε, ζ sont données ci-après :

	α^{11}.	$\alpha_1^{22}=\alpha_1^{33}$.	$\alpha_2^{22}=\alpha_2^{33}$.	α^{23}.
S = 0...	$4w+m-2b-2h$	$\frac{b}{2}+w$	x	$m+\frac{h}{2}$
S = 1...	$4w-2h$	$\frac{b}{2}+w$	y	$\frac{h}{2}$

	β_1^{11}.	β_2^{11}.	$\gamma_1^{11}=\gamma_2^{11}$ $\varepsilon^{11}=\zeta^{11}$.
S = 0...	$\frac{1}{2}(w+4m-2b-2h)$	$\frac{1}{2}(w+4m-2b-2h)$	$\frac{1}{2}$
S = 1...	$2m-b$	$-(2m-b)$	0

	λ^{12}.	β_1^{12}.	β_2^{12}.	γ_1^{12}.	γ_2^{12}.	γ_3^{12}.
S = 0...	$\sqrt{3}$	$x+m$	w	1	$w+m$	x
S = 1...	$\sqrt{2}$	$y-m$	w	1	$w+m$	x

	λ^{13}.	β_1^{13}.	β_2^{13}.	γ_1^{13}.	γ_2^{13}.	γ_3^{13}.
S = 0...	$\sqrt{3}$	w	$x+m$	1	x	$w+m$
S = 1...	$\sqrt{2}$	w	$y-m$	1	x	$w+m$

$\lambda^{22}=\lambda^{23}$. $\beta_1^{22}=\beta_2^{33}$. $\beta_2^{22}=\beta_1^{33}$. $\gamma^{22}=\gamma^{33}$.

$S = 0\ldots$	1	$x + 2m + h$	x	$w + m + \frac{b}{2} + \frac{h}{2}$
$S = 1\ldots$	-1	$y - 2m - h$	x	$w + m + \frac{b}{2} + \frac{h}{2}$

	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
$S = 0\ldots$	1	$2w + b$	$2x$	$2w + m + \frac{b}{2} + \frac{h}{2}$	$2x + m + \frac{h}{2}$	$2w + 2m + b + h$	2
$S = 1\ldots$	-1	b	0	$-\left(b + \frac{h}{2}\right)$	$-\frac{h}{2}$	$b + h$	0

$\vec{s}$ est une variable auxiliaire qui disparaît après intégration.

La formulation précédente traite toutes les réactions à 4 nucléons suivant les canaux énergétiquement permis et au cours desquelles les noyaux restent dans leur état fondamental.

(*) Séance du 19 mai 1958.

(1) *Comptes rendus*, **246**, 1958, p. 3044.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur un mécanisme de capture des particules d'aérosols par une gouttelette en voie de condensation-évaporation.* Note de M. **Léopold Facy**, transmise par M. Eugène Darmois.

La condensation d'une vapeur diffusant vers une gouttelette s'accompagne d'un mécanisme extrêmement efficace de capture des particules d'aérosols présentes au voisinage de la gouttelette. De même une gouttelette en voie d'évaporation est protégée de toute polution par un « espace clair » caractéristique.

Au lieu d'utiliser des surfaces planes avec des gradients de tension de vapeur linéaires, il est possible d'étudier le déplacement des aérosols au cours des processus d'évaporation-condensation d'une gouttelette isolée placée dans une ambiance à tension de vapeur prédéterminée [1].

La cellule d'examen, taillée dans un bloc de cuivre rouge, comporte cette fois une chambre circulaire de 30 à 40 mm de diamètre. La goutte est disposée sur une tige support centrale, en verre ou en métal siliconé, aussi fine que possible, et réglable en hauteur. Les parois verticales de la chambre sont recouvertes de plusieurs épaisseurs de papier buvard ou de tissu de verre destinées à être imprégnées soit de la solution sursaturée soit du solvant pur. La partie supérieure de la cellule est fermée par une glace mince à travers laquelle se fait la visée optique. Deux fenêtres latérales permettent à un faisceau éclairant de traverser la région centrale. Des thermomètres contrôlent l'isothermie de la cellule. Un thermocouple permet de prendre la température de la goutte centrale. Le nuage particulaire (fumée de tabac ou magnésie) est

introduit dans la cellule d'examen après la préparation des parois et la mise en place de la goutte.

Étant donné les dimensions de la cellule par rapport à celle de la goutte, de rayon compris entre 0,2 et 1 mm, on peut considérer que les conditions de l'expérience représentent assez bien le cas d'une goutte isolée dans une ambiance à l'infini.

Si la goutte centrale est constituée de solvant pur, l'enceinte représentant une atmosphère à faible tension de vapeur, la goutte est en régime d'évaporation. Bien que sa température soit inférieure à celle de l'ambiance, on observe alors sous éclairage latéral un espace clair sans poussières (*fig.* 1) absolument comparable à celui observé autour des corps chauffés.

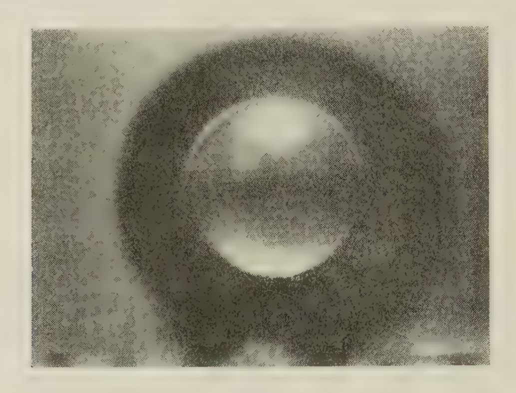


Fig. 1. — Gouttelette en voie d'évaporation : répulsion des particules (fumée de tabac).

Dès l'introduction du nuage particulaire, la gouttelette évaporante est cernée d'un espace clair dont le diamètre va croissant au fur et à mesure que décroît le nombre de particules dans la cellule d'examen par suite des processus de coagulation et de sédimentation sur les parois.

Il est facile d'établir l'expression de cet espace clair. La force exercée sur une particule de rayon r a pour expression $F = k\pi r^2 (dp/dx)$ dans le cas où $r < \lambda$ et $F = k' 2\pi r (dp/dx)$ dans le cas où $r > \lambda$, dp/dx étant le gradient de tension de vapeur, D le coefficient de diffusion de la vapeur considérée [1].

De plus, les transferts de vapeur autour d'une gouttelette, toujours en régime de diffusion moléculaire pure, supposent une répartition des densités de vapeur s'exprimant par $r_0 \delta_0 = \rho\delta_\rho = R\delta_\infty$ où r_0, R, ρ, désignent respectivement le rayon de la goutte, un rayon à grande distance de la goutte, un rayon intermédiaire entre r_0 et R, et δ_0, δ_∞, δ_ρ les densités de vapeur régnant à ces distances. A partir de ces relations entre rayons et densités on obtient pour la densité δ_ρ à la distance variable ρ comprise entre la surface de la goutte et R la valeur $\delta_\rho = [(\delta_0 - \delta_\infty)/R - r_0)]/(Rr_0)(1/\rho)$, le gradient de tension de vapeur pour le rayon ρ s'écrit alors

$$\frac{\partial \delta_\rho}{\partial \rho} = \frac{(\delta_0 - \delta_\infty)}{R - r_0} R r_0 \frac{1}{\rho^2}.$$

A la distance ρ du centre de la goutte, là où s'arrête le nuage particulaire, on peut écrire que la pression osmotique de l'atmosphère particulaire exerçant sur une particule de rayon ν la force $F = n(RT/N)\pi\nu^2$ (n désignant la concentration du nuage particulaire) doit équilibrer la force F due au gradient de tension de vapeur $\partial\delta_\rho/\partial\rho$.

Pour une ambiance à pression donnée, la relation déterminant le rayon ρ de l'espace clair limitant par exemple un nuage de particules de rayon ν petit devant λ (cas de la figure 1) s'écrira, en fonction de la concentration n du nuage

$$k\pi\nu^2 D \frac{RT}{N}\left(\frac{\delta_\infty - \delta_0}{R - r_0}\right) R r_0 \frac{1}{\rho^2} = n\frac{RT}{N}\pi\nu^2,$$

on obtient pour ρ l'expression simple

$$\rho = \sqrt{\frac{k(\delta_\infty - \delta_0) R r_0}{R - r_0}\,\frac{D}{n}}.$$

Dans les conditions d'expérience (volume de la cellule petit) n varie très vite avec le temps.

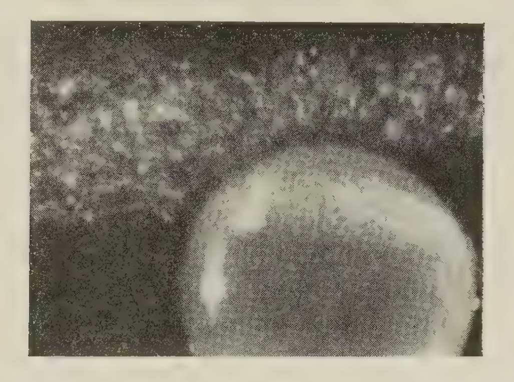


Fig. 2. — Gouttelette en voie de condensation : afflux des particules (magnésie).

Dans le cas où la goutte est en voie de condensation (solution sursaturée et enceinte de solvant pur) on observe un afflux continu de particules d'aérosol venant impacter la goutte (*fig.* 2), se déposer à sa surface puis disparaître à l'intérieur de cette dernière si le nuage particulaire est mouillable par la solution utilisée. Là encore, bien que la température de la goutte s'élève légèrement par suite de la chaleur latente de condensation, les gradients de température sont insuffisants pour qu'il en résulte un effet de répulsion thermique des particules d'aérosols.

La vitesse et l'afflux des particules venant impacter la gouttelette seront du fait que la pression osmotique de l'atmosphère particulaire, plus élevés que ne le prévoit l'expression de la force due à la diffusion de la vapeur seule. En négligeant pour simplifier. la pesanteur, la disparition des particules à la suite

de la capture par la gouttelette crée ici un gradient de concentration du nuage particulaire de valeur $dn/d\rho$ à la distance ρ du centre de la gouttelette. Il en résulte une force de valeur $F = (RT/N)(1/n)(dn/d\rho)$ qui cette fois s'ajoutera à la force due aux gradients de tension de vapeur. Quant à cette dernière, on peut noter que, au voisinage de la goutte pour ρ voisin de r_0, le gradient s'écrit $\partial\delta_0/\partial\rho = -(\delta_0 - \delta_\infty)/r_0$, il est d'autant plus raide que le rayon de la goutte est petit. Les forces de captures deviennent de ce fait extrêmement actives.

Quant aux forces de répulsion d'origine thermique elles demeurent à une échelle bien inférieure : dans les conditions normales la vitesse d'impact d'une particule de l'ordre du μ sur une gouttelette de 2 mm de solution sursaturée de NaCl dans une enceinte à saturation par rapport à l'eau, atteint 10.10^{-3} cm/sec alors que des gradients thermiques de 10°/cm n'entraîneraient que des vitesses de déplacement 10 fois plus faibles (²), (³). Dans l'exemple considéré il faudrait atteindre des gradients de 70 à 80°/cm pour obtenir des effets thermiques comparables aux forces dues à la diffusion; cas irréalisable car les gradients de tension de vapeur auraient alors disparu et il n'y aurait plus ni changement de phase ni différences thermiques. D'ailleurs il faut noter que, dans la couche limite entourant la gouttelette, les gradients thermiques sont « adoucis » par suite de ce que certains auteurs ont appelé la « diffusivité radiative », qui ici, dans le domaine des bandes d'absorption de la vapeur d'eau, vient modifier le bilan thermique et les températures d'équilibre des couches sursaturées au voisinage immédiat de la surface de la goutte.

(¹) L. Facy, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 102.
(²) P. Rosenblatt et V. K. La Mer, *Phys. Rev.*, 70, nos 5 et 6, 1946, p. 385.
(³) R. L. Saxton et W. E. Ranz, *J. of Applied Physics*, 23, n° 8, août 1952, p. 917

CHIMIE PHYSIQUE. — *Inversion du saccharose dans* H_2O *et* D_2O. Note de M. **Jacques Nicolle** et Mme **Feiga Weisbuch**, présentée par M. Marcel Delépine.

Comme suite à de précédentes expériences sur le ralentissement par D_2O de la mutarotation des sucres (¹), (²), (³), (⁴) nous avons cherché si une action de même nature se produisait pour d'autres types de réactions et en particulier lors de l'inversion du saccharose.

L'eau lourde dont nous disposions était à la concentration de 99 % minimum (⁵) et les mesures polarimétriques furent pratiquées à la température de 18° C en nous servant de la raie Hg 5461.

Le calcul de la constante K de la réaction a été effectué au moyen de la formule classique $K = 1/(t_2 - t_1) \log(\alpha_1 - \alpha_e)(\alpha_2 - \alpha_e)$ dans laquelle t_1 et t_2 représentent des temps en minutes pour des intervalles déterminés auxquels correspondent des rotations α_1 et α_2, α_e étant la rotation à l'équilibre final.

1. En utilisant de l'invertase concentrée « B. D. H. » ($c = 1\%$) dans des solutions de saccharose ($c = 10\%$) nous avons obtenu pour K, les valeurs respectives $K_{1H_2O} = 794$, $K_{1D_2O} = 514$ soit un rapport $R_1 = K_{1H_2O}/K_{1D_2O} = 1,54$; ceci recoupe les travaux de E. W. R. Steacie [6].

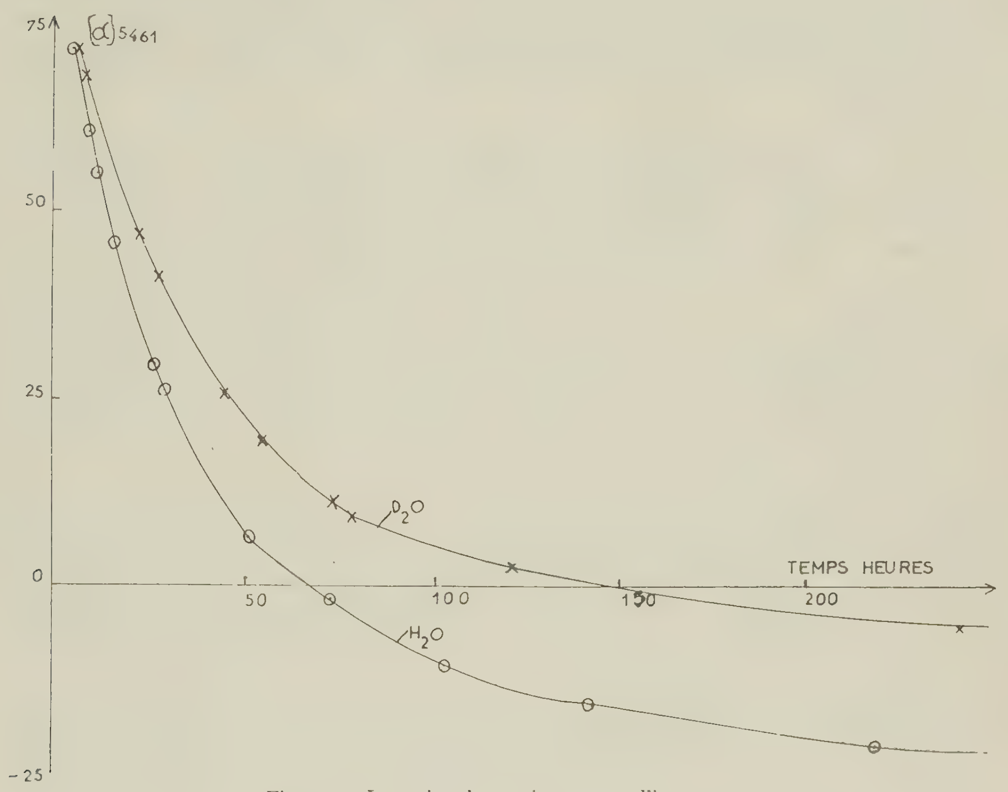


Fig. 1. — Inversion du saccharose par l'invertase.

En partant de D_2O à la concentration de 50 % le rapport R_1 prenait la valeur 1, 11.

2. En utilisant comme catalyseur non plus l'invertase mais ClH, N($c = 10\%$) toujours pour des solutions de saccharose à 10 % nous avons trouvé les valeurs suivantes : $K_{2H_2O} = 755$, $K_{2D_2O} = 1\,163$ soit un rapport $R_2 = K_{2H_2O}/K_{2D_2O} = 0,65$, dans ce cas nous retrouvons l'effet accélérateur déjà signalé par E. A. Moelwyn-Hughes et K. F. Bonhoeffer [7].

3. L'inversion du saccharose (en solution dans H_2O ou D_2O) ne se produisant pas en l'absence d'un catalyseur nous avons pensé pour éviter l'introduction de toute substance étrangère, utiliser l'action des rayons ultraviolets, mais dans nos conditions expérimentales ($T = 18°C$) nous n'avons pas obtenu le phénomène désiré. Nous opérions en plaçant des cuves de quartz ($l = 56$ mm) servant également aux lectures polarimétriques et contenant 16 ml d'une solution de saccharose ($c = 10\%$) à 5 cm de la source, laquelle était constituée par

une lampe à vapeur de mercure à basse pression et haute tension (50 mA, 6000 V); temps d'irradiation 48 h.

4. Nous avons repris ces expériences en introduisant dans nos solutions, soumises aux rayons ultraviolets, ClH dans les proportions indiquées au titre 2 et nous avons alors obtenu les résultats suivants : $K_{3\,H_2O} = 830$, $K_{3\,D_2O} = 1\,383$ soit un rapport $R_3 = K_{3\,H_2O}/K_{3\,D_2O} = 0,60$.

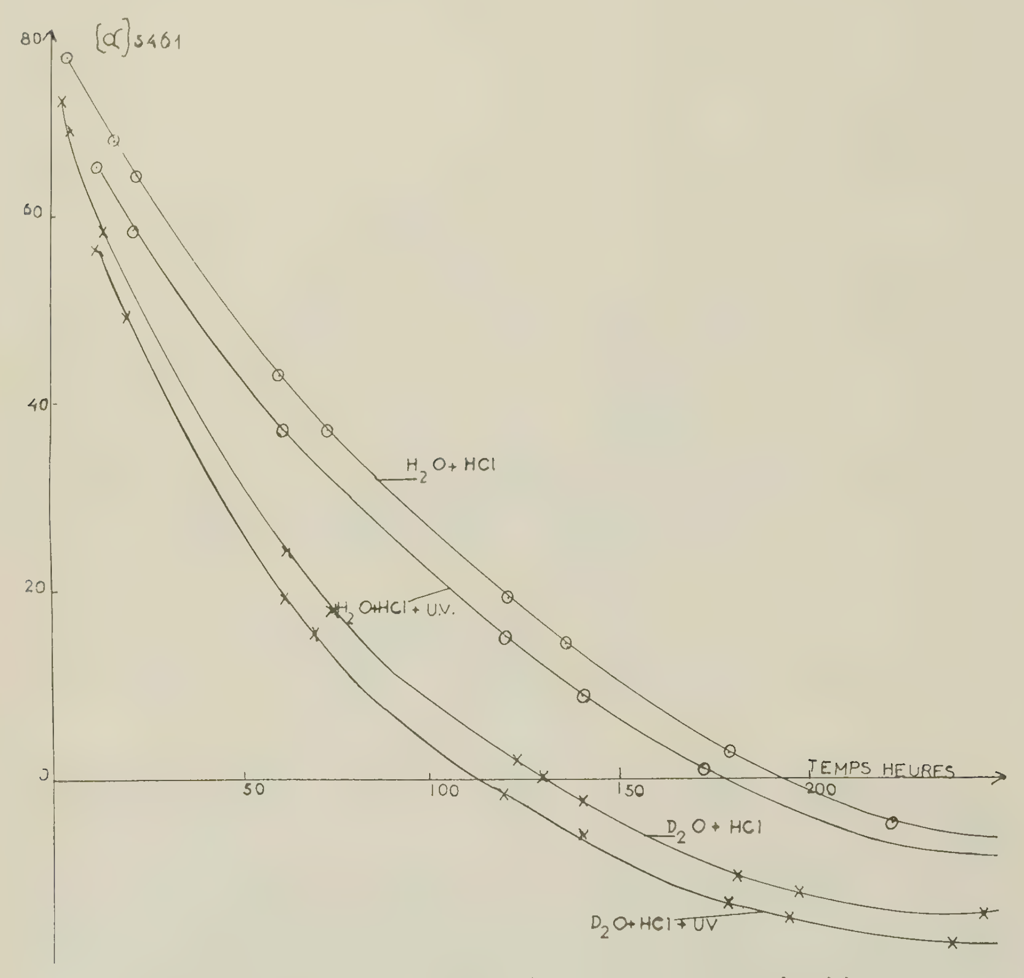


Fig. 2. — Inversion du saccharose par ClH (avec et sans rayons ultraviolets).

Si nous comparons les constantes K_2 et K_3 pour H_2O et D_2O nous obtenons les rapports

$$\frac{K_2}{K_3}(H_2O) = 0,91 \qquad \text{et} \qquad \frac{K_2}{K_3}(D_2O) = 0,84.$$

Conclusions. — *a.* Contrairement à ce qui se produit pour la mutarotation ([8]) ou pour l'inversion du saccharose (avec invertase) réactions pour

lesquelles D_2O exerce un ralentissement, en catalyse acide D_2O produit une accélération.

b. L'action des rayons ultraviolets s'ajoute dans ce dernier cas à celle de D_2O fournissant ainsi une inversion plus rapide.

c. Nous voyons une fois de plus que l'eau lourde agissant sur la vitesse de certaines transformations peut constituer un précieux auxiliaire pour leur étude mettant en évidence des effets (dans certains cas) très faibles et qui ne seraient pas observés.

(1) J. Nicolle et Mme F. Weisbuch, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 84.
(2) J. Nicolle et Mme F. Weisbuch, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 1340.
(3) J. Nicolle et Mme F. Weisbuch, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1010.
(4) J. Nicolle et Mme F. Weisbuch, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 842.
(5) Norsk-Hydro-Elektrisk Kvoelstofatieselskab.
(6) *Z. phys Chem.*, 27 B, 1934, p. 109.
(7) *Naturwiss.*, 22, 1934, p. 174.
(8) La mutarotation de α-*d*-glucose en milieu acide dans nos conditions expérimentales nous a donné un rapport $K_{H_2O}/K_{D_2O} = 1{,}71$.

PHYSIQUE MACROMOLÉCULAIRE. — *Étude de l'effet des hétérogénéités de composition sur la détermination du poids moléculaire des copolymères par diffusion de la lumière*. Note (*) de MM. **Walter Bushuk** (1) et **Henri Benoit**, transmise par M. Gabriel Foëx.

On montre que le poids moléculaire d'un copolymère déterminé par diffusion de la lumière dépend de son hétérogénéité et de l'indice du solvant. On vérifie ceci par des expériences sur deux types de copolymères.

Si l'étude de la lumière diffusée en solution est devenue maintenant une technique classique pour déterminer le poids moléculaire des polymères homogènes il n'en est pas de même dans le cas des copolymères, et divers auteurs ont pu montrer que les poids moléculaires obtenus par cette technique dépendaient de l'indice de réfraction du solvant (2).

Nous avons repris, dans ce travail, du point de vue théorique et expérimental l'étude systématique de ce problème déjà amorcée par Stockmayer (3).

Nous considérons un copolymère, qu'il soit statistique, séquencé ou greffé, formé par la copolymérisation de deux types de monomères A et B et nous caractérisons la composition de l'échantillon par la fraction en poids x_0 du composé A. Pour rester dans le cas le plus général nous admettrons que l'échantillon est polydispersé en masse moléculaire et en composition et nous caractériserons les molécules de masse moléculaire M_i et de composition x_i par leur concentration relative γ_i.

L'application des formules classiques caractérisant la diffusion de la lumière

par un milieu polydispersé conduit à définir le poids moléculaire mesuré M_{ex} par la relation

$$M_{ex} = \frac{1}{\nu_0^2} \sum \gamma_i M_i \nu_i^2 \tag{1}$$

dans laquelle on appelle ν_0 l'incrément d'indice relatif à l'échantillon dans le solvant considéré tel qu'on peut le mesurer par les méthodes classiques et ν_i celui qui est relatif à l'espèce de composition x_i.

En supposant, comme cela a été vérifié expérimentalement, que la quantité ν_i ne dépend que de la composition et en admettant ce qui semble justifier une loi d'additivité pour les indices, on pourra écrire

$$\nu_i = x_i \nu_A + (1 - x_i) \nu_B, \tag{2}$$

où ν_A et ν_B sont respectivement les incréments d'indices relatifs aux polymères A et B purs dans le solvant considéré.

Nous poserons $\sum_i \gamma_i M_i = M_p$ poids moléculaire moyen en poids de l'échantillon considéré et nous appellerons M_A et M_B les moyennes en poids de la masse moléculaire de la partie du polymère formée du monomère A ou du monomère B qui sont définis par les relations

$$\sum \gamma_i M_i x_i^2 = x_0 M_A; \qquad \sum \gamma_i M_i (1 - x_i)^2 = (1 - x_0) M_B.$$

Avec ces notations l'équation (1) devient

$$M_{ex} = \frac{\nu_A \nu_B}{\nu_0^2} M_p + \frac{\nu_A(\nu_A - \nu_B)}{\nu_0^2} x_0 M_A + \frac{\nu_B(\nu_B - \nu_A)}{\nu_0^2} (1 - x_0) M_B. \tag{3}$$

On voit que pour un échantillon donné, M_{ex} dépendra de l'indice du solvant; en effet lorsque ce dernier varie, ν_A, ν_B et de ce fait ν_0 varient. On peut même arriver à une masse apparente infinie si ν_0 tend vers zéro. Ce fait est lié à l'hétérogénéité de l'échantillon et se produit dès que x n'est pas constant, c'est-à-dire dès que les égalités $M_A = x_0 M_p$, $M_B = (1 - x_0) M_p$ ne sont pas vérifiées.

Il est évident que des mesures dans trois solvants d'indices différents permettront en principe de déterminer M_A, M_B et M_p, et de ce fait d'avoir des renseignements sur l'hétérogénéité de l'échantillon. Cependant pour discuter cet effet, il est plus commode d'utiliser de nouvelles notations et de poser $\delta x_i = x_i - x_0$, introduisant ainsi l'écart entre la composition de l'espèce i et celle de l'échantillon. On obtient ainsi

$$M_{ex} = M_p + 2 \frac{\nu_A - \nu_B}{\nu_0} \sum \gamma_i M_i \delta x_i + \left(\frac{\nu_A - \nu_B}{\nu_0}\right)^2 \sum \gamma_i M_i \delta x_i^2. \tag{4}$$

Cette formule est évidemment équivalente à la précédente et l'on a

$$2\sum \gamma_i M_i \delta x_i = (1 - x_0)(M_p - M_B) - x_0(M_p - M_A) = 2P,$$

$$\sum \gamma_i M_i \delta x_i^2 = x_0(1 - x_0)[M_A + M_B - M_p] = Q.$$

On voit que, en portant M_{ex} en fonction de la quantité $(\nu_A - \nu_B)/\nu_0$ qui varie avec l'indice du solvant, les points obtenus se groupent sur une parabole dont la détermination permet d'évaluer facilement les quantités M_p, P et Q, les deux dernières dépendant évidemment de l'hétérogénéité de l'échantillon.

On peut démontrer qu'on a toujours

$$-x_0 M_p \leq P \leq (1 - x_0) M_p,$$

$$0 \leq Q \leq M_p[1 - x_0(1 - x_0)].$$

Par contre quand le milieu est monodispersée en masse ou quand la distribution des compositions est indépendante de la masse, le problème se simplifie et l'on a $M_{ex} \geq M_p$; $P = 0$, $Q \leq x_0(1 - x_0)M_p$.

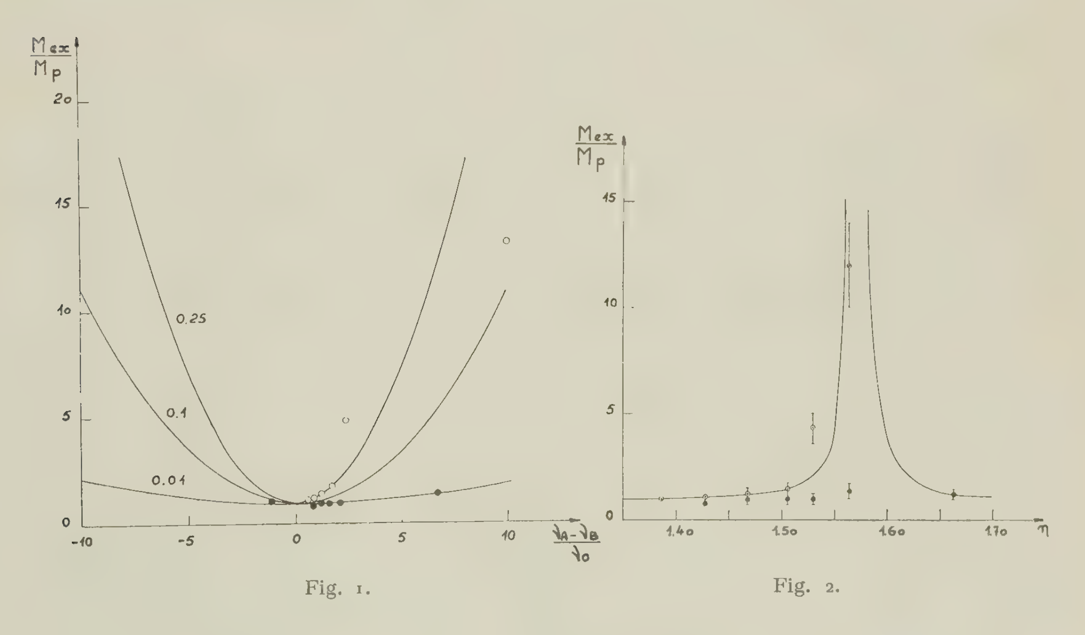


Fig. 1. Fig. 2.

A titre d'exemple nous avons étudié deux échantillons de copolymère — polystyrolène et polyméthacrylate de méthyle — obtenus l'un par copolymérisation statistique, l'autre par la méthode de Szwarc ([4]), en mesurant leurs masses par diffusion de la lumière dans des solvants d'indices de réfraction compris entre 1,38 et 1,66. Le premier de masse $M_p = 220000$ nous a donné, lorsqu'on porte M_{ex} en fonction de $(\nu_A - \nu_B)/\nu_0$, les points représentés sur la figure 1. Il semble bien que la pente à l'origine soit nulle, ce qui indiquerait que $P = 0$, c'est-à-dire que la polydispersité en composition ne dépend pas de

la masse moléculaire. Nous avons ensuite tracé les courbes correspondant à différentes valeurs du paramètre Q. A la précision des mesures, il semble que la valeur $Q/M_p = 0,15$ soit la plus satisfaisante ce qui indique une forte polydispersité en composition.

Pour le deuxième échantillon ($M_p = 1\,400\,000$) M_{ex} ne dépend pratiquement pas de l'indice du solvant ce qui indique une très faible fluctuation de la composition.

Enfin sur la figure 2 nous avons représenté les points expérimentaux et la courbe théorique que nous venons de déterminer en portant en abscisse l'indice *n* du solvant pour montrer de façon plus intuitive le type de résultats qu'on peut obtenir quand on étudie la diffusion de la lumière par des copolymères.

(*) Séance du 28 mai 1958,

(1) Boursier du Conseil National de Recherches du Canada au Centre de Recherches sur les Macromolécules.

(2) R. Tremblay, M. Rinfret et R. Rivest, *J. Chem. Phys.*, 20, 1952, p. 523.

(3) W. H. Stockmayer, L. D. Moore Jr, M. Fixman et B. N. Epstein, *J. Pol. Sc.*, 16, 1955, p. 517.

(4) M. Szwarc, *Nature*, 178, 1956, p. 1168.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude par diffraction de neutrons de l'alliage* $MnAu_2$.

Note de MM. **André Herpin**, **Pierre Mériel** et **André P. Meyer**, transmise par M. Francis Perrin.

Par diffraction de neutrons, on a déterminé la structure cristalline de $MnAu_2$. La structure magnétique est complexe.

Un spectre de diffraction de neutrons de $MnAu_2$ a été obtenu avec une plaquette polycristalline de cet alliage préparée par l'un de nous suivant le procédé antérieurement décrit (1). L'étude magnétique de cet échantillon a donné des résultats conformes à ceux déjà observés (2). La plaquette, d'épaisseur optimum (compte tenu de la forte absorption de l'or), est placée sur le spectromètre dans la position de transmission symétrique. Elle peut être chauffée jusqu'à 130°C. Le spectre révèle essentiellement l'existence de deux types de raies : pour les unes, les plus nombreuses, l'intensité ne varie pas quand on fait varier la température jusqu'à 130°C. Pour les autres, l'intensité tombe à zéro quand la température devient supérieure à la température de Néel 90°C.

Les raies dont l'intensité ne varie pas avec la température sont bien expliquées en adoptant la maille quadratique centrée proposée par Smith et Street (3), pour laquelle

$$a = 3,369\ \text{Å}, \qquad \frac{c}{a} = 2,599.$$

Cette maille est à peu près triple de celle antérieurement proposée par Raub, Zwicker et Baur [4].

Les trois premières colonnes du tableau I donnent les distances *d* des plans réticulaires correspondant à ces raies, les distances calculées et les indices des raies correspondantes pour la maille proposée par Smith et Street. Pour certaines raies non séparées on a donné dans la première colonne le *d* moyen.

TABLEAU I.

d_{obs} (Å).	d_{calc} (Å).	*hkl*.	I_{obs}.	I_{calc}.
4,378	4,375	002	6,6	7,4
3,139	3,145	101	15,1	16,6
2,372	2,382	110	5,4	4,3
2,21	2,206 2,189	103 004	12,6	9,1
2,087	2,092	112	6,0	6,3
1,681	1,684	200	1,9	2,0
1,610	1,612	114	3,7	3,6
1,56	1,573 1,554	202 105	4,7	6,7
1,48	1,485 1,460	211 006	6,8	6,7
1,33	1,338 1,336	213 204	6,7	6,8

En accord avec la densité, le motif cristallin comprend deux molécules $MnAu_2$. La seule structure compatible avec les valeurs des rayons atomiques de Mn et Au et avec les intensités observées correspond aux positions suivantes des atomes dans la maille

$$\text{Mn}: \quad 0, 0, 0; \quad \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2};$$

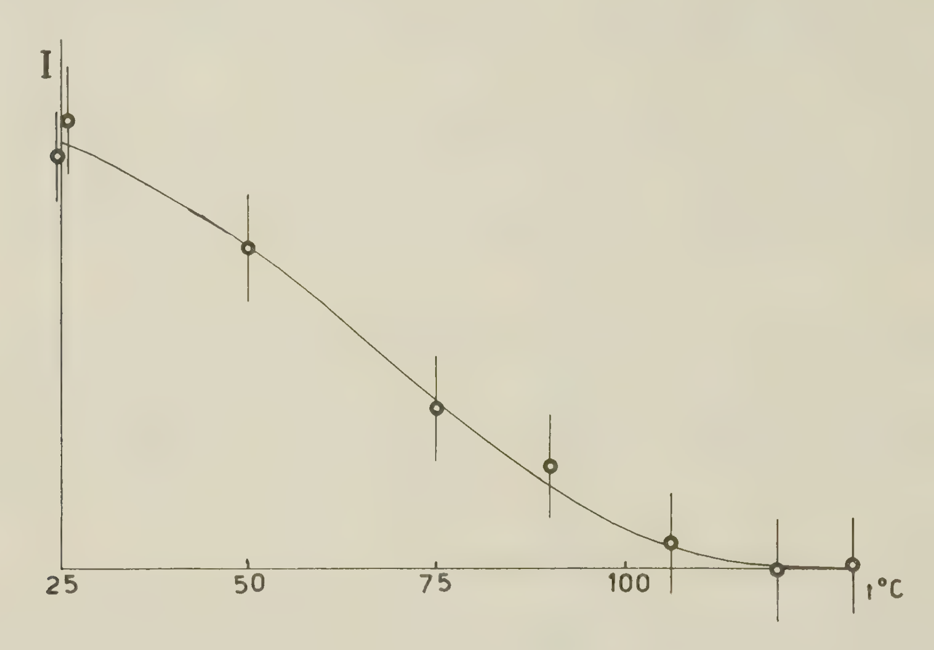
$$\text{Au}: \quad 0, 0, Z; \quad 0, 0, \overline{Z}; \quad \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}+Z; \quad \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}-Z;$$

Z étant très voisin de 1/3. Le groupe de recouvrement le plus symétrique correspondant à cette disposition est I 4/mmm (D_{4h}^{17}). Les colonnes 4 et 5 du tableau I donnent les valeurs des intensités observées et calculées normalisées par leur somme.

Deux raies disparaissent quand l'échantillon est chauffé au-dessus du point de Néel. La figure 1 montre la variation de l'intensité de la première de ces raies avec la température. Ces raies sont purement magnétiques. Elles ne peuvent s'indexer dans la maille précédente. Les distances réticulaires correspondantes sont :

$$d_1 = 5,10 \pm 0,05 \text{ Å},$$
$$d_2 = 3,00 \pm 0,05 \text{ Å}.$$

La première semble ne pouvoir s'indexer que dans une maille magnétique pour laquelle le paramètre *a* serait triple de celui de la maille nucléaire. Dans cette maille, les deux raies précédentes s'indexeraient respectivement : (200) et (311) (*d* théoriques : 5,06 et 3,00 Å).



Ces résultats montrent que la structure magnétique ne peut être que complexe. Une décomposition du réseau des atomes de manganèse en deux sous-réseaux magnétiques simples est exclue.

(*) Séance du 19 mai 1958.

(1) A. J. P. MEYER et P. TAGLANG, *J. Phys. Rad.*, 17, 1956, p. 457.

(2) A. J. P. MEYER et P. TAGLANG, *Colloque National de Magnétisme*, Strasbourg, juillet 1957.

(3) J. H. SMITH et R. STREET, *Proc. Phys. Soc.*, B 70, 1957, p. 1089.

(4) E. RAUB, U. ZWICKER et H. BAUR, *Z. Metallk.*, 44, 1953, p. 312.

GÉOLOGIE. — *Sur la nature tectonique du « niveau des alternances gréso-calcaires » du Cambrien inférieur dans les Monts de Pardailhan (Montagne Noire).* Note de MM. **PIERRE HUPÉ** et **JACQUES MARZIO**, présentée par M. Pierre Pruvost.

Dans plusieurs publications successives (1), M. Bernard Gèze souligne l'existence dans la Montagne Noire d'un niveau stratigraphique particulier, situé au sommet de la formation la plus ancienne du Cambrien

(grès de Marcory), et qu'il désigne sous le nom de « niveau des alternances gréso-calcaires ou des grès de Pardailhan ». Ce niveau, qui se traduit cartographiquement par la répétition de bandes calcaires et de bandes gréseuses alternantes, représenterait selon cet auteur un régime de transition entre la sédimentation détritique qui caractérise la « formation de Marcory » et la sédimentation calcaire qui régnera ensuite dans la « formation des calcaires à *Archæocyathus* ou formation calcarifère » sus-jacente [2].

De telles alternances sont cartographiées sur la feuille de Bédarieux [3] comme des répétitions tectoniques. La Notice de la feuille de Carcassonne [4] les donne au contraire, conformément à l'opinion de B. Gèze, comme des répétitions stratigraphiques.

Sans vouloir aborder dans son ensemble le problème de ces « alternances gréso-calcaires » qui sont largement représentées sur les deux versants de la Montagne Noire [5], nous nous contenterons de présenter les faits et les conclusions qui se dégagent de levés de détail, à l'échelle du 1/15 000e [6] et du 1/7 500e [7], dans les Monts de Pardailhan du versant Sud.

1° Tout d'abord, loin d'exister de façon constante tout le long du contact entre les grès de Marcory et la « formation calcarifère », les alternances en question sont localisées sur certaines transversales où leur extension longitudinale ne dépasse pas quelques centaines de mètres. Leur présence sur ces transversales, leur absence sur d'autres, sont le plus souvent dues respectivement à l'existence de petits graben et de petits horsts, liés au jeu d'innombrables failles, aisément identifiables sur les photos aériennes. Cette constatation, à elle seule, suffirait pour caractériser les bancs calcaires des alternances, à la fois comme des répétitions *tectoniques* et comme des accidents *synclinaux*. Il est, en effet, géométriquement inconcevable que des failles arrivent à supprimer sur l'une de leurs lèvres des bancs calcaires qui seraient interstratifiés sur l'autre; tout au plus pourraient-elles leur faire subir, à cause du pendage, un certain décrochement horizontal.

Nous citerons, parmi d'autres, deux cas particulièrement typiques de ce comportement.

a. Au Sud du Moulin de Trédos (à environ 700 m au Nord Nord Ouest de Vélieux, sur le flanc Sud de la vallée du ruisseau de Rieussec), quatre lames calcaires parallèles, incluses dans les grès de Marcory au voisinage immédiat des dolomies de base de la « formation calcarifère », sont brusquement interrompues vers l'Ouest par une faille de direction Nord Nord Est. Elles réapparaissent à 100-200 m plus à l'Ouest, au-delà d'une autre faille de direction Nord Ouest. Elles sont à nouveau interrompues, à 350-400 m encore plus à l'Ouest par un grand accident Nord-Sud qui passe entre la Figuière et Jalbert. Un phénomène analogue s'observe à environ 900 m à l'Est-Nord-Est du Moulin de Tredos.

b. Près de Pardailhan, un grand accident vertical de direction Sud Sud Ouest-Nord Nord Est et dont l'extension, visible sur photo aérienne, est d'au moins 15 km (faille de Pardailho), interrompt brusquement trois lames calcaires plus ou moins dolomitisées, visibles du côté Ouest de la route D 176, à 500 m à l'Est du hameau de Pez. Elles réapparaissent 150 m plus à l'Est, entièrement dolomitisées cette fois, au-delà d'une deuxième faille subméridienne. Le compartiment intermédiaire, qui montre uniquement des grès de Marcory, se comporte

comme un horst, ainsi que le montrent sans ambiguïté les levés de détail de la « série calcarifère » qui s'observe immédiatement au Sud.

2° D'autres arguments viennent, s'il en était besoin, confirmer la nature tectonique des « alternances ».

Par exemple, à 1 km environ à l'Est de Pez, les bandes calcaréo-dolomitiques interrompues par la faille de Pardailho viennent se fusionner, presque aussitôt après leur réapparition à l'Est du petit horst mentionné plus haut, avec la masse des dolomies sombres de la base de la « formation calcarifère ». La cartographie et les pendages montrent là, dans ce compartiment tectoniquement abaissé — et précisément à cause de cet abaissement —, la juxtaposition d'écailles ou de petits synclinaux étroitement serrés, sans interposition aucune de grès de Marcory.

D'une façon générale, dès que les écailles de calcaire prennent une certaine épaisseur, il tend à s'y dessiner des charnières synclinales dont le centre est occupé par la dolomie. Déjà perceptible dans la région de Rieussec pour l'une des sept écailles, à peu près isoclinales cependant, qui traversent la route N. 607 à quelque 1700 m au Sud du village (6), ce phénomène est particulièrement net à l'Est et au Sud de Pez où les pendages sont plus variés.

Certainement à l'opinion de B. Gèze, le banc calcaire du Signal de Marcory n'est pas autre chose que l'un de ces accidents synclinaux : le mouvement synclinal est d'ailleurs décelable dans les grès adjacents, sur le versant Ouest du sommet.

Ce style en écailles et replis synclinaux, compliqué par le jeu de horsts et de graben, peut se retrouver dans la « série calcarifère » (7) : c'est ainsi qu'au Nord de la Louvière, près de Coulouma, six ou sept écailles anticlinales de dolomie percent la série schisto-dolomitique sus-jacente sur une distance transversale d'environ 1 km.

(1) B. Gèze, *Mém. Soc. Géol. de France*, 29, Mém. n° 62, 1949; *Notice explicative de la Carte géologique de la Montagne Noire et des Cévennes méridionales*, Montpellier, 1949; *Symposium sur le système cambrien*, 1, 20e Congrès géol. intern., Mexico, 1956.

(2) Dans la région étudiée ici, les constituants carbonatés de cette dernière formation sont en réalité dolomitiques, sauf à l'extrême base et au sommet.

(3) 2e édit., 1938, angle Sud-Ouest, contours de J. Blayac et M. Thoral.

(4) 2e édit., 1951, angle Nord-Est.

(5) B. Gèze, *Symposium de Mexico*, 1, *fig.* 11.

(6) J. Marzio, *Dipl. Ét. Sup.*, Paris, 1957 (inédit).

(7) P. Hupé, *Étude de la région de Coulouma* (inédite).

(Laboratoire de Géologie de la Sorbonne.)

BOTANIQUE. — *Polymorphisme des espèces végétales de l'archipel de Kerguelen.* Note de M. André Chastain, présentée par M. Roger Heim.

Les recherches et les travaux de J. P. Hooker, H. M. Moseley, E. A. Eaton, J. H. Kidder, F. Naumann, A. F. W. Schimper, Em. Werth

ont grandement contribué à faire connaître la flore et la végétation de l'archipel de Kerguelen.

Telle que nous la connaissons, cette flore — d'une si grande pauvreté — comprend 29 genres, 37 espèces, appartenant à 18 familles, dont un genre endémique (g. *Pringlea*) et six espèces endémiques : *Pringlea antiscorbutica* R. Br., *Colobanthus kerguelensis* Hook. f., *Lyallia kerguelensis* Hook. f., *Ranunculus Moseleyi* Hook. f., *Poa kerguelensis* Steud., *Poa Cookii* Hook. f.. Ces espèces sont également présentes, à une exception près (*Ranunculus Moseleyi*), dans les îles voisines de Marion, Crozet et Heard, qui appartiennent floristiquement au domaine de Kerguelen.

Au point de vue de ses origines ou de ses affinités, cette flore comprend, outre les endémiques, affines d'espèces magellaniques, 10 espèces d'origine magellanique, 4 d'origine néozélandaise, 17 cosmopolites, subcosmopolites, provenant de l'hémisphère Nord.

Il semble que ces espèces constituent la totalité de la flore actuelle des Kerguelen, pour les Phanérogames et les Fougères tout au moins. On peut, cependant, prévoir l'introduction de quelques cosmopolites au voisinage de la station de Port-aux-Français ou des installations industrielles qu'on se propose d'aménager le long du golfe du Morbihan. Il faut également noter que des territoires étendus, proches des glaciers, dans la partie occidentale de l'archipel, ainsi que des îles ou îlots difficilement accessibles, sont aujourd'hui encore à peine explorés. Serviraient-ils de refuges à des espèces inconnues sur la Grande Terre ? Rien n'est moins sûr. Quant aux Cryptogames — Mousses, Hépatiques, Algues terrestres, notamment — il est probable que nous sommes loin d'en posséder un inventaire complet.

Ces espèces entrent dans la composition d'un certain nombre de groupements, liés à des formations assez nettement caractérisées : hauts sommets, landes, prairies, tourbières, sols morainiques, etc.

Au cours de recherches phytosociologiques poursuivies dans l'archipel de Kerguelen, nous avons observé l'importance du polymorphisme des espèces et distingué, chez la plupart d'entre elles, un certain nombre de formes, morphologiquement et numériquement caractérisées, liées le plus souvent à des conditions stationnelles déterminées. Chez les 25 espèces que nous avons étudiées, nous avons constaté que les tendances au polymorphisme varient, non seulement selon les espèces, mais aussi selon les groupes phytogéographiques auxquels elles appartiennent.

Il va de soi que ces chiffres ne sauraient avoir qu'une valeur indicative, étant donné le nombre trop limité des espèces que nous considérons. D'un autre côté, on observe que chez quelques espèces — *Juncus pusillus*, notamment — le passage d'une forme à une autre, dans des conditions stationnelles analogues, n'apparaît pas avec une suffisante netteté.

Les causes qui favorisent le polymorphisme, on le sait, sont principalement d'ordre géographique et physique. Il est certain que l'isolement des Kerguelen — îles océaniques par excellence — explique pour une part la pauvreté de leur flore. Il n'est pas douteux, non plus, que la rigueur du climat constitue un puissant facteur d'élimination et de sélection. Ainsi s'explique-t-on que tant de formes stationnelles parmi les plus chétives parviennent à se maintenir, uniquement faute de concurrence.

	Nombre d'espèces.	Nombre de formes stationnelles.
Endémiques	6	15
Magellaniques	9	30
Néozélandaises	2	12
Cosmopolites	8	17

Nous avons constaté que les tendances au polymorphisme se manifestent fort diversement chez les endémiques, les magellaniques, les néozélandaises et les cosmopolites. Pour expliquer cette diversité peut-être convient-il d'invoquer en premier lieu un argument d'ancienneté. Nos observations sur la distribution des espèces endémiques permettent de penser qu'il s'agit là d'espèces anciennes. On peut ainsi supposer qu'elles durent avoir des formes plus nombreuses qui, sous l'influence de divers facteurs, physiques et biologiques (modifications climatiques, installation d'espèces nouvelles, etc.) disparurent progressivement. Seules, subsistèrent les formes les mieux adaptées. Chez les magellaniques, le polymorphisme est plus accusé : ainsi chez neuf espèces étudiées, nous avons pu distinguer jusqu'à 30 formes stationnelles. Ajoutons, d'ailleurs, que ces espèces sont les plus dynamiques de la flore actuelle des Kerguelen : elles caractérisent, du moins sous le rapport de la dominance, les principaux groupements végétaux. Leur introduction dans l'archipel serait-elle moins ancienne, relativement, que celle des endémiques ? Plus polymorphes encore sont les néozélandaises : *Juncus pusillus* et *Cotula plumosa* ne présentent pas moins d'une douzaine de formes assez bien caractérisées, outre des formes de transition ou de passage, absentes, ou à peu près, chez les endémiques, plus rares chez les magellaniques. On serait tenté de penser que ces néozélandaises n'ont pas encore dépassé le stade de l'activité pionnière et que leur introduction serait plus récente encore que celle des magellaniques. Quant aux cosmopolites, on remarque également chez elles de nettes tendances au polymorphisme. Ces espèces existaient-elles déjà dans l'archipel avant sa découverte, au XVIIIe siècle ? Il est assez significatif de constater que leurs centres de diffusion se situent assez généralement non loin des anciennes stations occupées temporairement, au siècle suivant, d'abord, par les chasseurs de phoques et de baleines,

puis par les missions scientifiques. Pouvons-nous aller au-delà de ces constatations ?

En résumé, le polymorphisme des espèces végétales des Kerguelen s'explique, en premier lieu, par les influences conjuguées de l'isolement géographique et des conditions physiques. Nous avons vu également que son intensité varie selon les origines ou les affinités de ces espèces, ou leur ancienneté dans l'archipel. On ajoutera, enfin, que les facteurs du milieu favorisent ou atténuent très sensiblement cette tendance au polymorphisme qui se constate chez la plupart des espèces actuellement présentes dans l'archipel de Kerguelen.

HISTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le fonctionnement du méristème apical de* Beta vulgaris *L.* (*variété Cérès sucrière*) *depuis la phase adulte jusqu'à la fleur terminale*. Note de Mme **Arlette Lance** et M. **Pierre Rondet**, présentée par M. Lucien Plantefol.

Durant la première année de croissance le méristème végétatif de Betterave fonctionne avec un anneau initial. Celui-ci s'estompe dès le printemps suivant, tandis que des mitoses axiales se déclenchent. Peu après, le méristème reproducteur témoigne d'une constante activité apicale axiale commandant l'organogenèse latérale.

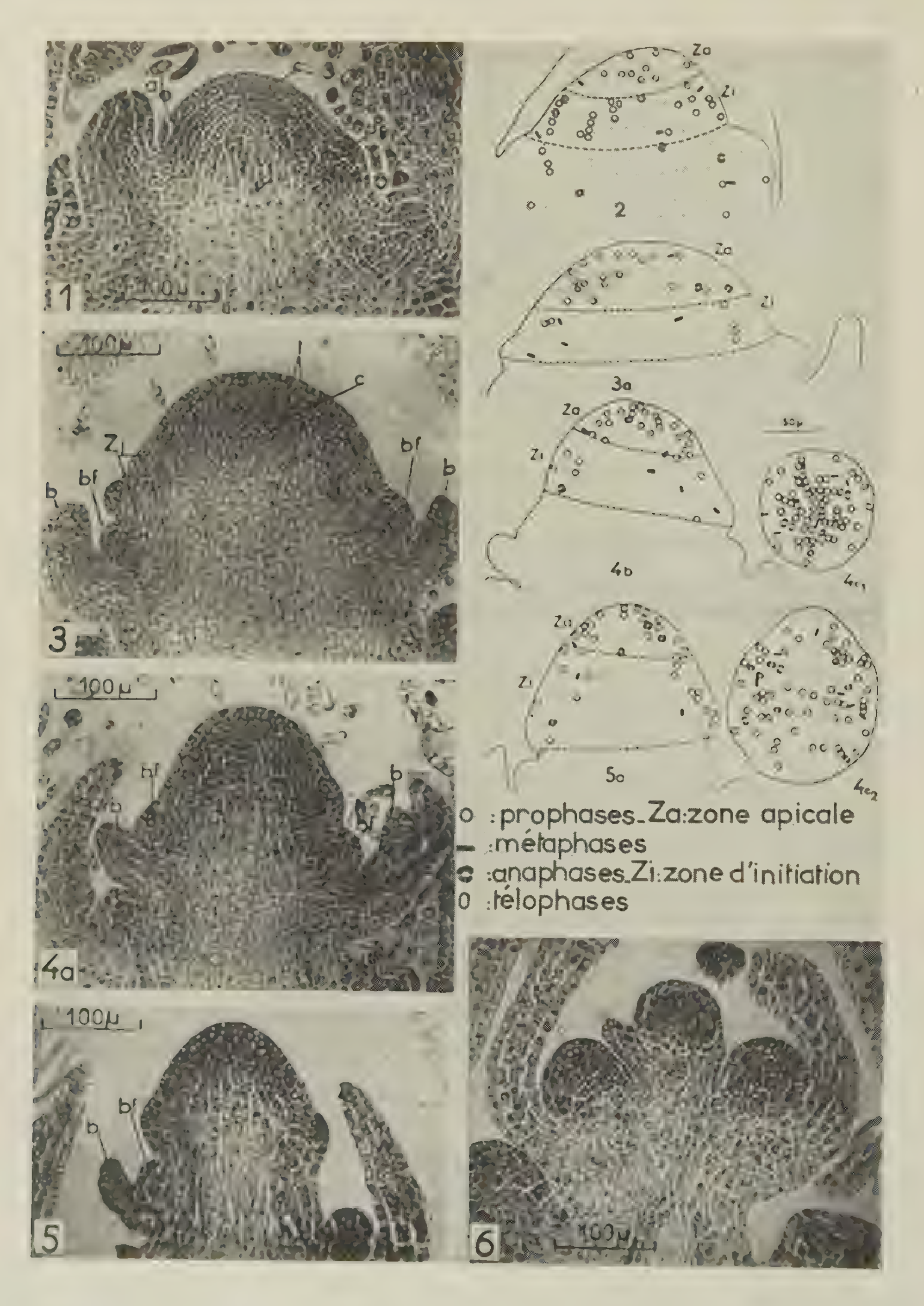
Du printemps, époque du semis, jusqu'à l'automne, l'apex de *Beta* édifie une quarantaine de feuilles en rosette. La figure 1 (test de Brachet) montre un méristème de plante âgée de 6 mois, prélevé en octobre avant la mise en silo. L'anneau initial (ai), reconnaissable à ses cellules sombres, riches en acides ribonucléiques (A. R. N.), édifie, à droite, un jeune primordium (p) et se régénère, à gauche, à l'aisselle de la dernière ébauche formée. Le *corpus* (c) est bien développé, mais la zone axiale, assez claire, est moins riche en A. R. N. que les parties latérales de l'apex.

Durant l'hiver, le méristème des plantes mises en silo demeure de forme et de taille stationnaires. Il évolue rapidement au printemps suivant, dès le repiquage des tubercules. Comme en témoigne la figure 2, des mitoses apparaissent dans la zone axiale, surtout dans le *corpus*, mais elles sont encore très nombreuses sur les flancs où l'anneau initial fournit quelques nouveaux primordiums.

Peu après, les soubassements foliaires se réduisent; l'activité mitotique se répartit uniformément dans tout l'apex. Les initiums successifs, plus petits à l'état adulte que les feuilles précédentes, apparaissent sans qu'intervienne une phase de restauration axillaire et latérale : *le fonctionnement plastochronique s'altère*. Ce mode de fonctionnement nouveau, rapidement établi, conduit à l'aspect offert par la figure 3 (test de Brachet).

La taille du méristème s'est fortement accrue (diamètre 250 μ, hau-

teur 150 μ). Il porte sur ses flancs de petits organes, nés superficiellement, rapidement différenciés; ce sont les premières bractées à l'aisselle desquelles



des divisions périclines du *corpus* initient les bourgeons floraux (bf). Les A. R. N. sont très abondants dans la zone apicale axiale, *tunica* (t)

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. — Apex végétatif, fonctionnement latéral de l'anneau initial (ai).

Fig. 2. — Phase de transition. Superposition des relevés de mitoses de quatre coupes longitudinales axiales.

Fig. 3. — Méristème reproducteur; initiation des premières bractées (b) et des bourgeons floraux (bf); concentration maximum en A. R. N. dans la zone axiale.

Fig. 3 a. — Méristème au même stade, superposition des relevés de mitoses de quatre coupes longitudinales axiales : importante activité mitotique dans la zone sommitale.

Fig. 4. — Phase plus évoluée; répartition identique des A. R. N. (*fig.* 4 a) et de l'activité mitotique (*fig.* 4 b).

Fig. 4 c 1. et 4 c 2. — Superposition des relevés de mitoses sur les coupes transversales de deux apex pris au même stade; zone axiale (Za) montrant une activité mitotique considérable (*fig.* 4 c 1); zone d'initiation (Zi.) moins active (*fig.* 4 c 2).

Fig. 5. — Apex reproducteur en fin de développement et répartition de l'activité mitotique (*fig.* 5 a)

Fig. 6. — Sommet transformé en un bourgeon floral terminal et entouré des deux derniers bourgeons floraux latéraux.

et *corpus* (c) sous-jacent. La zone d'initiation (Zi.) en possède aussi, mais leur concentration y est moins forte. La figure 3 a témoigne de la répartition des mitoses dans un méristème prélevé à ce stade. Les cellules les plus axiales prolifèrent activement; le matériel cellulaire ainsi mis en place est constamment utilisé par la zone d'initiation située au-dessous. Il n'y a plus de régénération localisée à l'aisselle des bourgeons floraux, comme elle existait à l'aisselle des jeunes primordiums foliaires (*fig.* 1). Il n'y a pas d'accroissement horizontal précédant l'initiation de ces bourgeons. *Les centres générateurs qui forment bractées et bourgeons floraux ne sont plus inclus dans le fonctionnement plastochronique d'un anneau initial.* Celui-ci s'est définitivement épuisé, au cours du passage à la phase reproductrice.

La figure 4 *a* montre un apex ayant fourni une trentaine de bractées et de bourgeons floraux; la taille du méristème, constamment entamé par leur initiation, est plus réduite (diamètre : 180 μ, hauteur : 100 μ), mais les A. R. N. sont toujours uniformément répartis et la calotte apicale axiale est des plus actives. Les mitoses (*fig.* 4 b) sont plus abondantes dans la zone axiale que dans la zone d'initiation. Ce fait est parfaitement confirmé par les relevés de mitoses effectués sur des coupes transversales pratiquées dans un méristème reproducteur identique.

Les sept premières coupes (*fig.* 4c1), passant dans la zone apicale axiale, couvrant 30 à 35 μ de hauteur, offrent d'abondantes divisions réparties tant dans la *tunica* que dans le *corpus*. Les coupes suivantes (*fig.* 4c2) passant par la zone d'initiation montrent une activité mitotique plus faible.

Mais la taille du méristème se réduit encore. Sur la figure 5 (test de Brachet), l'apex a fourni de 90 à 100 bourgeons floraux.

Les A. R. N. sont très abondants dans la zone axiale et rien dans leur

répartition ne révèle l'existence d'une zone latérale à fonctionnement périodique telle que celle que nous avons décrite durant la phase végétative. La répartition des mitoses (*fig.* 5 a) témoigne de l'importante activation de la zone axiale et du rôle plus passif de la zone de flanc qui utilise les cellules mises à sa disposition plus haut. La figure 6 montre enfin la bractée et le bourgeon floral terminal dont l'initiation clôt ce développement.

Le mode de fonctionnement du méristème inflorescentiel de *Beta* a été établi d'après l'examen et le relevé de mitoses effectué sur 120 coupes longitudinales axiales choisies sur 35 échantillons, et sur un ensemble de 150 coupes transversales; les résultats de ces nombreuses observations ont été parfaitement concordants.

En conclusion, que la floraison soit expérimentalement provoquée (1) ou qu'elle se fasse dans des conditions naturelles, le méristème reproducteur de *Beta* témoigne d'une activation axiale des plus nettes depuis les premières fleurs jusqu'au bourgeon floral terminal.

(1) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 712.

(*Laboratoire de Botanique, École Normale Supérieure.*)

HISTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Anomalies structurales provoquées par le* Taphrina deformans (Berk Tal. *sur les jeunes rameaux de* Prunus persica *L.* Note de M. **Leonardo Caporali**, présentée par M. Lucien Plantefol.

Dans les jeunes rameaux de *Prunus persica* infestés par le *Taphrina deformans*, les cellules du parenchyme cortical, puis celles de la moelle, s'hypertrophient et se recloisonnent en produisant des tumeurs dont le mode de formation est décrit. Le parasite atteint les parties basses de l'apex.

Les déformations provoquées par les Exoascées ont été jadis étudiées par de Bary (1), Rathay (2), Hartmann (3), Wakker (4), Smith (5) et, plus tard, par Eftimiu (6). Pour le *Taphrina deformans* (Berk) Tal., agent de la cloque du Pêcher, les recherches ont porté essentiellement sur les feuilles. Nous nous proposons donc d'étudier ici certaines anomalies structurales que ce parasite provoque sur les jeunes rameaux de *Prunus persica* L. croissant au début du printemps. Ces rameaux s'épaississent considérablement par la formation de nombreuses tumeurs, qui, petites et dispersées au début, s'allongent et se renflent au cours de la maladie (*fig.* 1 et 2). De nombreuses séries de coupes longitudinales et transversales pratiquées depuis les parties basses (12e à 15e entre-nœud) jusqu'au sommet végétatif, nous ont fourni les principaux aspects des anomalies structurales produites par le parasite et nous ont permis de suivre leur évolution.

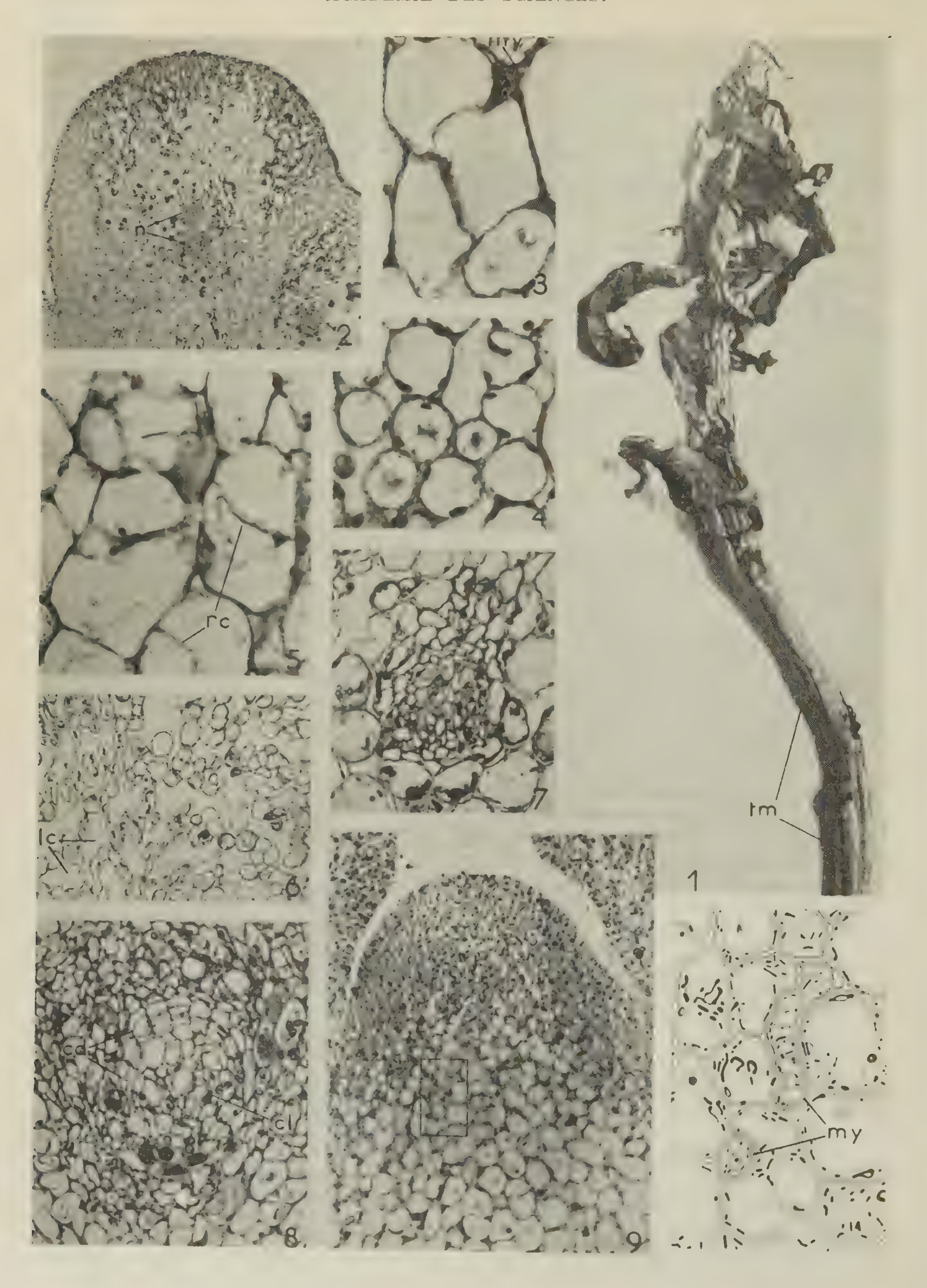
Le parasite, intercellulaire, envahit d'abord le parenchyme cortical, traverse la zone des faisceaux et se répand plus tard dans la moelle, en s'insinuant le long des méats (*fig.* 10). Les tissus s'hypertrophient fortement dès le premier contact avec les hyphes parasitaires. Dans le parenchyme cortical les cellules augmentent de taille, ce qui provoque la disparition presque totale des méats (*fig.* 3).

La comparaison avec des tissus normaux montre que le diamètre des cellules hypertrophiées (*fig.* 3) devient deux ou trois fois plus fort que celui des cellules normales (*fig.* 4). Des recloisonnements orientés en tous sens se produisent successivement au sein du tissu hypertrophié (*fig.* 5). Les éléments issus de ces divisions s'accroissent et s'hypertrophient à leur tour. Ils construisent des files cellulaires sinueuses qui disloquent et délaminent le parenchyme primitif et créent de vastes lacunes, en se poussant vers l'extérieur. Ainsi naissent de grosses tumeurs, qui épaississent la tige (*fig.* 2 et 6).

Des nodules dispersés, formés de petites cellules qui se divisent activement, apparaissent dans la masse du parenchyme tumoral (*fig.* 2 et 7). Ils édifient bientôt autour d'eux une auréole d'éléments nouveaux, qui grossissent et s'ajoutent à ceux du parenchyme. Plus tard, à l'intérieur de quelques nodules, il se différencie parfois quelques trachéides (*fig.* 8); certaines cellules s'élargissent et s'allongent dans le sens de la longueur du rameau et s'ornent de lignifications de type rayé (*fig.* 8 cl). Il subsiste autour d'elles une couche concentrique de cellules non différenciées qui continuent à se diviser en produisant de nouveaux éléments vers l'intérieur et vers l'extérieur (*fig.* 8 cd). De petits faisceaux rudimentaires se constituent ainsi, dispersés au sein du parenchyme tumoral.

Le parasite ne paraît pas se répandre dans la zone des faisceaux qu'il traverse toutefois (vraisemblablement au niveau des rayons médullaires) pour atteindre la moelle. Les modifications structurales observées dans ce tissu sont moins évidentes que dans l'écorce; elles sont localisées aux territoires envahis directement par les hyphes du Champignon. Certaines cellules s'allongent, s'élargissent quelque peu et montrent parfois des recloisonnements, tandis que d'autres gardent à peu près leur état normal. Le tissu infesté prend ainsi un aspect irrégulier par rapport au tissu sain. Au droit des zones les plus déformées les faisceaux cribro-vasculaires sont repoussés vers l'extérieur, ce qui déforme le contour de l'anneau vasculaire. Les vaisseaux deviennent de forme et de taille irrégulières; ils sont souvent dilatés par rapport à ceux des organes sains.

Des coupes longitudinales pratiquées dans le point végétatif (*fig.* 9 et 10) montrent que le mycélium se répand jusqu'à la zone de différenciation des cellules de la moelle.


n
2
3
4
rc
5
7
lc
6
tm
1
cd
cl
8
9
my

Ces anomalies structurales sont accompagnées par d'importantes modifications cytologiques que nous décrirons ultérieurement.

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. — Jeune rameau atteint par la cloque, fortement hypertrophié de la base jusqu'au sommet. tm, tumeurs.

Fig. 2 à 10. — Regaud-hématoxyline.

Fig. 2. — Grosse tumeur, vue en coupe transversale, montrant à l'intérieur un tissu lacuneux, renfermant quelques nodules (n). (G × 30.)

Fig. 3. — Cellules du parenchyme cortical hypertrophiées; un filament mycélien (my), coupé transversalement, est visible en haut. (G × 600.)

Fig. 4. — Cellules de parenchyme cortical sain. (G × 600.)

Fig. 5. — Cellules de parenchyme cortical infesté, hypertrophiées et en voie de recloisonnement (rc). (G × 600.)

Fig. 6. — Parenchyme tumoral, riche en lacunes (lc), dans une tumeur âgée. (G × 100.)

Fig. 7. — Jeune nodule peu différencié. (G × 370.)

Fig. 8. — Nodule plus différencié. (G × 370.)

Fig. 9. — Coupe longitudinale pratiquée au niveau d'un point végétatif de jeune rameau infesté; le petit rectangle indique la zone représentée dans la figure 10. (G × 370.)

Fig. 10. — Propagation du parasite (my) entre les plus jeunes cellules de la moelle qui possèdent encore un abondant chondriome, mais déjà quelques petits plastes. (G × 930.)

(1) *Beitr. Z. Morph. u. Phys. d. Pilze*, Bd 1, 1864, p. 46-47.
(2) *Sitz. d. k. Akad.*, Bd 77, Wien, 1878, p. 67-82.
(3) *Inaug. Diss. Univ. Freiburg i. B.*, 1892, p. 39.
(4) *Pringsh. Jahrb.*, Bd 24, 1892, p. 499-548.
(5) *Riv. Pat. Vég.*, 3, 1894, p. 245-301.
(6) *Le Botaniste*, 18e série, 1927, p. 1-147.

(*Laboratoire de Botanique de l'École Normale Supérieure.*)

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Étude des protéines sériques de* Labrus bergylta *par électrophorèse de zone sur papier, gélose et gel d'amidon*. Note de M. **Jean Fine** et Mme **Andrée Drilhon**, présentée par M. René Dujarric de la Rivière.

La difficulté de séparation des protéines sériques chez les poissons par les méthodes électrophorétiques usuelles incite à avoir recours à l'électrophorèse de zone en gels de gélose ou d'amidon. Ces techniques présentent l'avantage de scinder les composants plasmatiques en un nombre beaucoup plus grand de fractions et de réaliser, grâce à la transparence des supports, des réactions histochimiques de caractérisation.

Nos recherches antérieures ont mis en évidence les difficultés de l'étude électrophorétique des sérums de poissons. Nous apportons dans cette Note les résultats obtenus sur une même espèce, le *Labrus bergylta* en utilisant parallèlement trois supports de pouvoirs résolutifs différents : le papier, la gélose et le gel d'amidon.

Les réactions histochimiques pratiquées après électrophorèse en gélose,

nous ont permis de préciser la nature du pigment sérique de cette espèce.

Les techniques que nous avons utilisées sont : électrophorèse sur papier, technique de Grassmann et Hannig [1], en gélose : technique Grabar et Williams [2], en gel d'amidon celle de Smithies [3] modifiée [4].

Les colorations utilisées sont, pour les lipoprotéines : la technique de Swahn [5]; pour les glycoprotéines : la technique de Koiw et Gronvall [6]; en gélose : les techniques d'Uriel et Grabar [7].

Résultats. — *Protéines.* — Le dosage des protéines totales dans les différents échantillons de sérum était en moyenne de 46 g 3 ‰ chez les femelles (novembre-immatures).

Électrophorèse sur papier (appareil Elphor, tampon véronal-véronal sodé à pH 8,6, $\mu = 0{,}1$, durée 16 h). — On peut distinguer (voir *fig.*) comparativement à un sérum humain, une faible bande d'albumine plus importante chez les femelles que chez les mâles, puis une fraction de globulines α parfois dissociée en deux composants, enfin une fraction de globulines β à laquelle se trouve accolée une traînée migrant plus rapidement que les γ-globulines humaines.

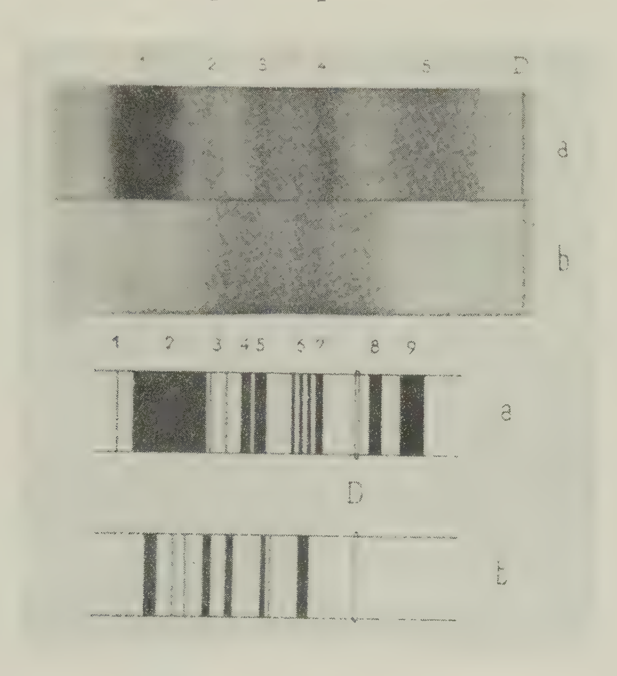
Électrophorèse en gélose (tampon véronal à pH 8,2, $\mu = 0{,}025$, 4 V/cm pendant 4 à 5 h, gel de gélose à 1,5 %). — Les protéines se séparent essentiellement en deux fractions très importantes, les globulines α et les globulines β.

L'albumine, par contre, ne représente qu'une fraction mal délimitée et de très faible intensité.

Électrophorèse en gel d'amidon (tampon borate à pH 8,2, 7 V/cm pendant 6 h, gel d'amidon à 15 %). — Le pouvoir de séparation du gel d'amidon est infiniment plus élevé que le papier ou la gélose. Rappelons que, dans le sérum humain, cette technique permet de dénombrer de 9 à 14 fractions suivant les sérums. Dans le sérum de Labre, on peut mettre en évidence quatre fractions principales et quatre fractions quantitativement moins importantes (voir *fig.*).

La comparaison avec les fractions dénombrées dans le sérum humain est difficile à établir, cependant on peut constater que la fraction de plus grande mobilité migre comme l'albumine humaine quoique infiniment moins importante que celle-ci. Cette constatation rejoint les observations faites sur papier et en gélose. Une deuxième fraction, les γ-globulines, fait complètement défaut dans ce support. En effet, la coloration à l'Amidoschwarz ne révèle aucune fraction du côté cathodique du dépôt de sérum, alors que dans le sérum humain on remarque les deux fractions de γ-globulines. Pour les autres fractions, une correspond à la bande des β-globulines et une aux globulines α^2 lentes, les quatre fractions supplémentaires apparaissent sous forme de fines bandes et ne peuvent être identifiées.

LIPOPROTÉINES. — Si les lipoprotéines du Labre sont très mal mises en évidence après électrophorèse sur papier et coloration au noir Cérol B, l'électrophorèse en gélose montre nettement deux fractions soudanophiles correspondant au point de vue mobilité, comme chez l'Homme, à une lipo-albumine et à une α-lipoprotéine. Cette dernière est de beaucoup la fraction lipoprotéique la plus importante.



En haut : *a.* Electrophorèse sur papier d'un sérum humain.

b. Sérum de *Labrus bergylta* femelle : 1, albumine; 2, α_1; 3, α^2; 4, β et 5, γ-globulines. Noter dans le sérum de Labre la fraction albumine extrêmement faible.

En bas : *a.* Schéma d'électrophorèse en gel d'amidon de sérum humain. 1, préalbumine; 2, albumines; 3, post-albumines; 4, α_2 rapides; 5, β-globulines; 6, bandes α et β; 7, α_2 lentes; 8 et 9, globulines.

b. Schéma d'électrophorèse en gel d'amidon de sérum de *Labrus bergylta* femelle.

D, dépôt du sérum.

Constituants sériques donnant une réaction P. A. S. positive. — Les glycoprotéines sériques se répartissent à peu près également entre les α et les β-globulines que se soit sur papier ou en gélose. Sur papier, une légère bande de mobilité albumine donne également une réaction P. A. S. positive.

Pigments. — Ces pigments, voisins des chromoprotéines et donnant une fluorescence rouge en ultraviolet ([8]), ([9]) montrent une zone fluorescente au niveau des β-globulines après électrophorèse sur papier.

L'électrophorèse en gélose permet de séparer le pigment du côté cathodique du point de départ, c'est-à-dire au niveau des β-globulines. Ce pigment conserve sa coloration verte dans le milieu gélosé.

La microdétection colorimétrique du cuivre liée aux protéines par la réaction au bleu d'alizarine sulfité en acide acétique concentré permet de localiser la céruléoplasmine (α-globuline cuivrique) dans le sérum humain [10]. Dans le sérum de *Labrus bergylta* cette réaction est négative dans la zone des β-globulines où est situé le pigment. Par contre, elle est positive dans la zone des α-globulines. Ainsi, le sérum de cette espèce contiendrait une protéine cuivrique analogue à la céruléoplasmine et parfaitement distincte du pigment.

(1) W. GRASSMANN et K. HANNIG, *Hoppe Seyler's Ztschr. f. physiol. Chem.*, **290**, 1952, p. 1.
(2) P. GRABAR et C. A. Jr. WILLIAMS, *Biochim. Biophys. Acta*, **10**, 1953, p. 193.
(3) O. SMITHIES, *Biochem. J.*, **61**, 1955, p. 629.
(4) J. M. FINE, E. WASZCZENKO, J. LOEB et J. MOULLEC, *Revue d'hématologie*, **12**, 1957, p. 698.
(5) B. SWAHN, *Scand. J. Clin. Lab. Inv.*, suppl. 9-1.
(6) E. KOIW et A. GRONVALL, *Scand. J. Clin. Lab. Inv.*, **4**, 1952, p. 244.
(7) J. URIEL et P. GRABAR, *Ann. Inst. Pasteur*, **90**, 1956, p. 427.
(8) J. ROCHE, *Arch. Phys. Biol.*, **10**, 1933, p. 2.
(9) M. FONTAINE, *C. R. Soc. Biol.*, **117**, 1934, p. 420.
(10) J. URIEL, H. GOTZ et P. GRABAR, *Schweitz. Med. Wschr.*, **87**, 1957, p. 431.

PROTISTOLOGIE. — *Origine infraciliaire des fibres squelettiques de certains Infusoires astomes et présence d'un ergastoplasme chez ces Ciliés.* Note de M. **PIERRE DE PUYTORAC**, présentée par M. Louis Fage.

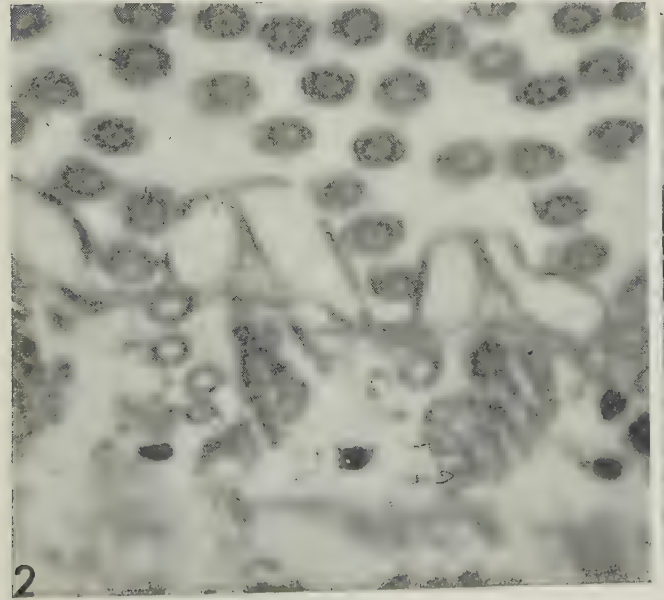
Les Ciliés astomes de la sous-famille des *Radiophryinæ*, appartenant au genre *Metaradiophrya*, sont munis sur l'une des deux faces principales, d'un appareil fixateur, formé d'une hampe, au moins, portant un crochet articulé et d'un système dit « de soutien », constitué par de puissantes fibres protéiques (de Puytorac, 1951), en nombre déterminé, fixe suivant les espèces. Chaque fibre, insérée au niveau de l'appareil fixateur, longeant régulièrement, dans l'ectoplasme, la droite d'une cinétie, s'effile progressivement vers la partie postérieure de la cellule.

Un examen attentif, en contraste de phase, montre qu'en réalité, chacune des fibres ainsi considérée, est réalisée par l'assemblage de deux éléments de structure différente, se faisant suite et se raccordant, comme en biseau, en un point du parcours de la fibre, un élément postérieur relayant alors, dans sa course, l'élément antérieur qu'il prolonge exactement.

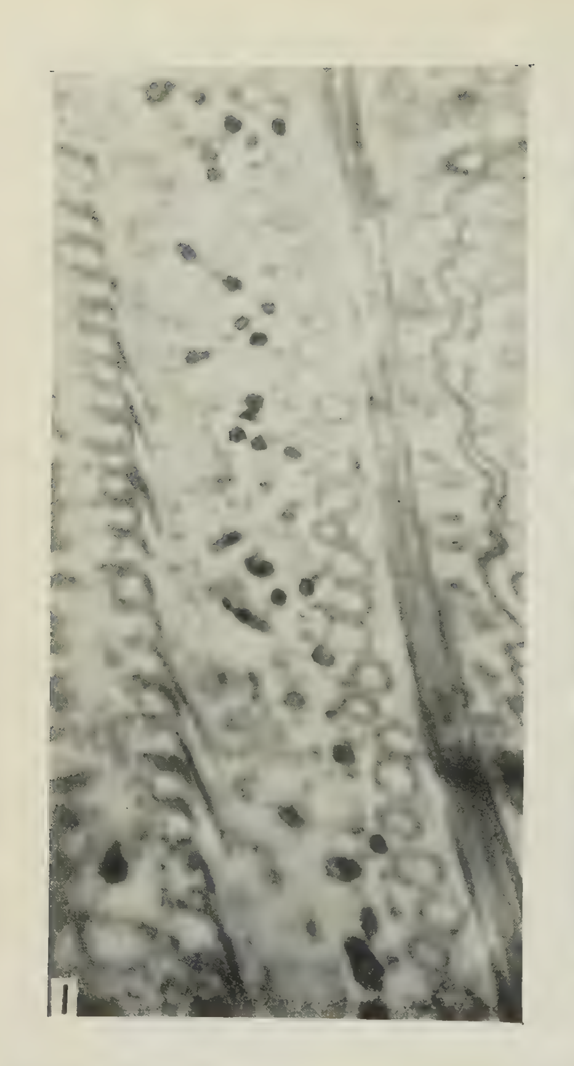
L'emploi du microscope électronique [1], chez *M. gigas* de Puyt. et *M. lumbrici* Duj., confirme cette dualité (comparer à ce sujet, les figures 2 et 3, *pl.* I) et précise la structure et l'origine de deux éléments constitutifs fondamentaux.

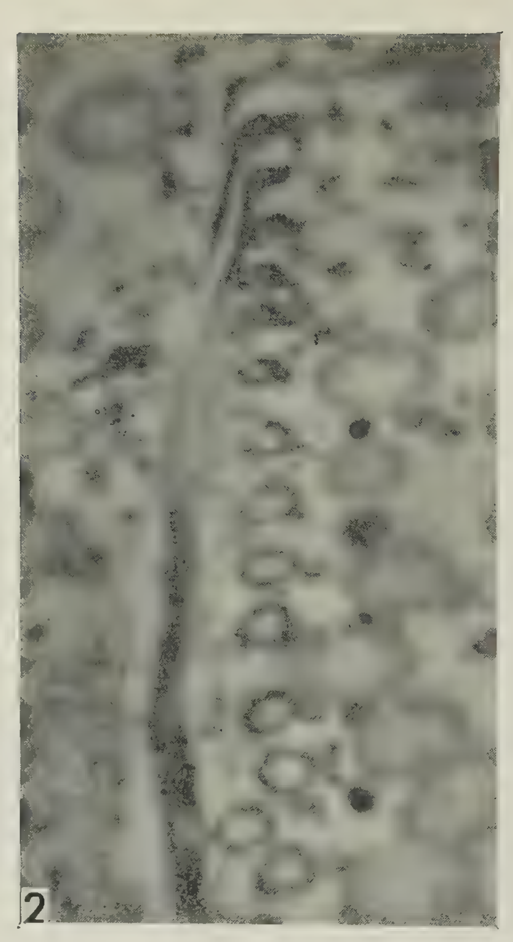
PLANCHE I.

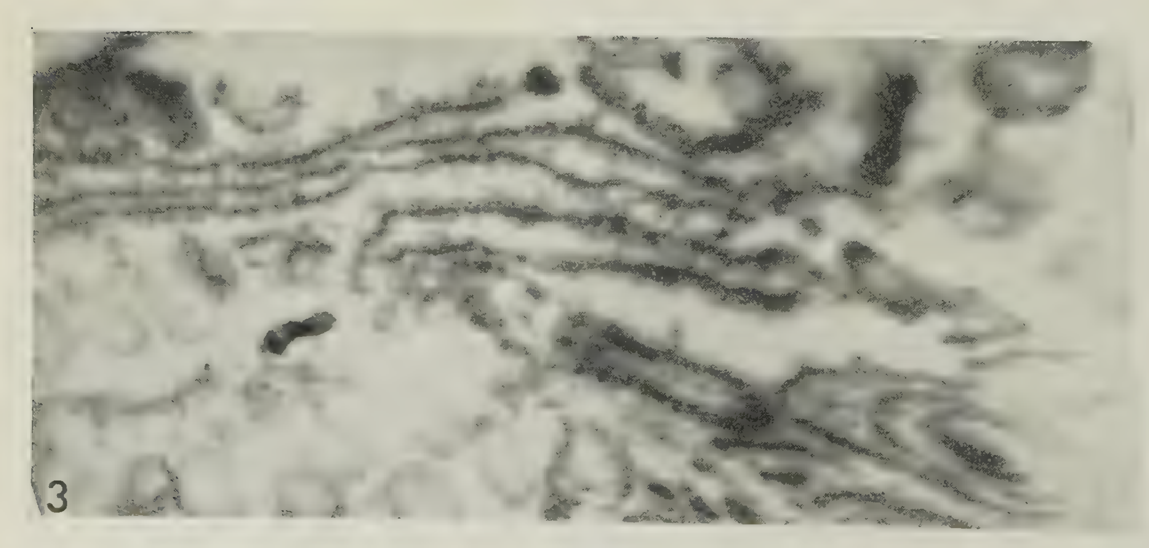
1






1


2


3

La partie terminale (ou postérieure) des fibres apparaît comme un faisceau constitué par 7 à 15 fibrilles longitudinales, disposées en deux ou plusieurs plans, non parallèles entre eux (*fig.* 2, *pl.* I), ce qui indique une torsion de la fibre autour de son grand axe et donne à l'aspect général la structure spiralée que nous avions déjà reconnue (de Puytorac, 1951-1954). Les fibrilles de section transversale à peu près circulaire, d'un diamètre moyen d'environ 500 Å, ne nous ont pas montré, le plus souvent, de structure périodique. Cependant, dans quelques cas, une striation nette, marquée par une alternance régulière de lignes sombres et de disques clairs, a été notée, la période étant de l'ordre de 500 Å.

EXPLICATION DES PLANCHES.

Planche I.

Fig. 1. — Coupe tangentielle de la paroi dorsale de *Metaradiophrya gigas*, montrant les parties postérieures (ou terminales) de sept fibres squelettiques longeant, chacune respectivement, les cinéties. Chaque fibre, tordue selon son grand axe, est un faisceau de fibrilles élémentaires. (G × 40 000.)

Fig. 2. — Coupe légèrement oblique de la paroi dorsale de *Metaradiophrya gigas*, montrant les paquets de fibrilles à la droite des cinéties; la disposition en plusieurs plans, non parallèles entre eux, des fibrilles; la disparition des fibres ciliaires axiales dans les tubes formés par la pénétration dans le cytoplasme des fibrilles ciliaires périphériques, sous la pellicule. (G × 40 000.)

Fig. 3. — Portions antérieures de 17 fibres chez *M. gigas*, au niveau de l'appareil fixateur, coupé en haut et à droite de la figure (crochet) et au milieu, à gauche (hampe). Chaque fibre se présente, là, comme un ensemble continu, uniforme. (G × 24 000.)

Planche II.

Fig. 1. — Coupe oblique de la paroi dorsale de *Metaradiophrya gigas*, montrant, à droite, une fibre située le long d'une bande infraciliaire, et à gauche, les points de départ de plusieurs fibrilles, à partir des tubes cinétosomiens. (G × 40 000.)

Fig. 2. — Origine de quatre fibrilles élémentaires à partir de la zone profonde de quatre tubes cinétosomiens. (G × 40 000.)

Fig. 3. — Portion d'un groupe de lames ergastoplasmiques, montrant plusieurs « feuillets » empilés. En bas, à droite, une disposition concentrique. (G × 50 000.)

Chaque fibrille est issue de la partie profonde, rétrécie en cupule, d'un tube cinétosomien (*fig.* 1, 2, *pl.* II), dont la paroi est formée, essentiellement, des neuf paires de fibrilles périphériques des cils. Ainsi, par sa constitution et par son origine, chaque fibre squelettique de *Metaradiophrya*, dans sa portion terminale, n'est donc autre chose que le cinétodesme, tel qu'il nous est connu par les observations de Metz, de Pitelka et de Westphall (1953-1954) sur *Paramecium* et *Tetrahymena*, ceci confirmant entièrement l'hypothèse que nous avions avancée sur la véritable nature des fibres ([2]).

Nous décrirons ailleurs la structure de la partie antérieure des fibres (*fig.* 3, *pl.* I), en montrant que cette portion, aussi, résulte de la juxta-

position et de la coalescence d'éléments distincts d'origine infraciliaire.

Nous nous arrêterons, cependant, à signaler, ici, en outre, la présence chez ces Ciliés, d'un ergastoplasme. Si cet organite cellulaire, en effet, a été reconnu, jusqu'alors, parmi les Protozoaires, chez certaines espèces de Flagellés (Hovasse et Joyon, 1957) ou de Grégarines (P.-P. Grassé et Théodorides, 1958), il ne paraît pas, par contre, avoir été retrouvé chez les Ciliés, où seule a été constaté l'existence de structures lacunaires, à parois lisses, correspondant au réticulum endoplasmique de Porter et Palade (Noirot-Timothée, 1958; Fauré-Frémiet et Rouiller, 1958). Or, chez tous les *Metaradiophrya* que nous avons examinés, la présence, dans le cytoplasme, de profils empilés, en doubles membranes, à parois granuleuses, les deux faces externes étant saupoudrés de grains de Palade extrêmement denses, accolés, est constante. Les groupes de lames ergastoplasmiques sont constitués d'un nombre variable d'éléments (jusqu'à 7 ou 8) disposés parallèlement entre eux, à des distances également variables suivant les groupes. Ils donnent, en coupe, des profils droits, coudés ou même des dispositions concentriques (*fig.* 3, *pl.* II). Les cavités ergastoplasmiques sont très aplaties ou quelque peu dilatées. Les groupes de lames sont proches du macronucleus et ils sont, dans l'ensemble, orientés parallèlement à sa surface. Certaines structures évoqueraient, enfin, les systèmes dits en « lamelles périodiques ».

Fauré-Frémiet et Rouiller (1958) ayant examiné plus de 30 espèces de Ciliés, sans jamais observer d'ergastoplasme, on peut se demander si la présence de ce constituant cellulaire, qui parait lié avec un métabolisme anabolique intense, ne serait pas, chez nos Ciliés, en relation avec leur physiologie particulière, en rapport elle-même avec leur vie endocommensale.

(1) Trüb-Taüber KM 4.

(2) On est ainsi conduit à supposer que les fibres représentent, peut-être, des cinétodesmes hypertrophiés, ayant acquis un développement extraordinaire (de Puytorac, 1955).

(*Laboratoire de Zoologie de Clermont-Ferrand.*)

BIOLOGIE. — *Développement post-embryonnaire des gonades et de la glande androgène chez le Crustacé Amphipode* Orchestia cavimana *Heller*. Note de MM. **André Veillet** et **François Graf**, présentée par M. Louis Fage.

Des expériences d'ablation et d'implantation de glandes androgènes chez le Crustacé Amphipode *Orchestia gammarella* Pallas ont permis à Mme Charniaux-Cotton (1), (2) de démontrer que la glande androgène est responsable du développement des caractères sexuels externes et l'ont conduite, de plus, à émettre l'hypothèse qu'elle détermine le sexe de la

gonade. Cependant, ces expériences ayant été effectuées sur des adultes ou sur des individus jeunes mais sexuellement différenciés, rien ne prouve qu'au cours du développement la glande androgène soit responsable du sexe de la gonade mâle. Nous nous sommes demandés à quel moment apparaît la glande androgène et nous avons étudié le développement post-embryonnaire des gonades et de leurs annexes chez une espèce voisine, *Orchestia cavimana*. Cette espèce, commune dans les environs de Nancy [3], est caractérisée par la présence de gonades intersexuées chez les mâles [4].

Chez les mâles adultes d'*Orchestia cavimana*, le testicule se prolonge en effet vers l'avant par une ampoule ovarienne renfermant quelques ovocytes. Cette ampoule ovarienne occupe les 2ᵉ et 3ᵉ segments thoraciques; le testicule lui fait suite dans les 4ᵉ et 5ᵉ segments et il se prolonge par une vésicule séminale dans les 6ᵉ et 7ᵉ segments. Le canal déférent gagne la face ventrale de l'animal au milieu du 7ᵉ segment. Les deux glandes androgènes occupent la même position que chez *Orchestia gammarella* mais elles sont environ trois fois plus petites.

Chez la femelle adulte, l'ovaire s'étend du 2ᵉ au 7ᵉ segment thoracique; l'oviducte rejoint l'ovaire au milieu du 5ᵉ segment.

A la sortie du marsupium, tous les individus ont des tractus génitaux morphologiquement identiques. Les gonies s'étendent du 2ᵉ au 5ᵉ segment et ont l'aspect typique d'ovogonies. Cependant, celles de la région antérieure (segments 2 et 3) sont plus développées. Le tractus génital paraît absent dans les segments 6 et 7. Au milieu du 7ᵉ segment, tous les individus présentent une ébauche de spermiducte à la base de laquelle se trouve un amas mésenchymateux renfermant les cellules initiales de la glande androgène. Les noyaux de ces cellules sont identiques aux noyaux d'une glande d'adulte. L'étude des coupes histologiques montre que les cellules du futur spermiducte doivent émigrer à partir de l'amas mésenchymateux ventral vers la région postérieure de la zone germinale dorsale. Chez un certain nombre d'individus, nous avons observé les ébauches des oviductes vers le milieu du 5ᵉ segment. Il semble que ces ébauches soient présentes chez tous les individus mais leur recherche est délicate car ces ébauches, longeant le septum transverse dorsal, se confondent avec ce septum. Alors que le spermiducte se différencie de la face ventrale vers la région dorsale de l'animal, l'oviducte part de la région germinale dorsale pour se diriger vers la face ventrale. Ainsi, à la sortie du marsupium (intermue 0), l'appareil génital est typiquement hermaphrodite.

Pendant l'intermue 1, la structure hermaphrodite se maintient et les gonies évoluent dans le sens ovogonies chez tous les individus.

Pendant l'intermue 2, chez certains individus, les spermiductes et les glandes androgènes se développent : ces individus évoluent en mâles.

Cependant, les gonies conservent toujours l'aspect d'ovogonies. Chez les autres individus, les oviductes gagnent la face ventrale, les ébauches des spermiductes et des glandes androgènes régressent : ces individus évoluent en femelles.

Pendant l'intermue 3, chez les mâles, les spermiductes et les glandes androgènes se développent; les gonies des segments 2 et 3 continuent leur croissance dans le sens ovogonies, alors que celles des segments 4 et 5 s'orientent dans le sens spermatogonies. Chez les femelles, les ovogonies et les oviductes se développent tandis que les spermiductes régressent de plus en plus.

Pendant l'intermue 4, chez les mâles, les testicules s'organisent dans les segments 4 et 5, de l'arrière vers l'avant; un cordon cellulaire unit le spermiducte à la région postérieure du testicule dans les segments 6 et 7. Les spermiductes gagnent la face ventrale et les apophyses génitales s'ébauchent. Chez les femelles, le spermiducte a presque complètement disparu.

Pendant l'intermue 5, on observe chez les mâles des spermatocytes et, chez quelques individus, des apophyses génitales bien formées. Chez les femelles, les oostégites apparaissent sous forme de petits bourgeons. C'est donc pendant l'intermue 5 que les caractères sexuels externes se différencient.

Pendant l'intermue 6, les gonades acquièrent, dans les deux sexes, la structure adulte. Chez les mâles, le cordon cellulaire des segments 6 et 7 s'est creusé d'une cavité : la vésicule séminale; des spermatides apparaissent dans les testicules. Chez les femelles, les ovaires progressent vers la région postérieure (6e et 7e segments).

Les spermiductes ne disparaissent chez les femelles que pendant la 8e intermue.

En résumé, à la sortie du marsupium, les *Orchestia cavimana* des deux sexes possèdent des gonades femelles, des ébauches de glandes androgènes et de spermiductes et très probablement des ébauches d'oviductes. Ainsi, tous les individus appartiennent au sexe femelle par leurs gonades et en même temps au sexe mâle par leurs glandes androgènes et leurs spermiductes : ils sont hermaphrodites. Les glandes et les spermiductes n'évoluent que chez les mâles, le développement de la glande androgène s'accompagnant du remplacement de l'ovogenèse par une spermatogenèse dans les segments 4 et 5 seulement. Mme Balesdent et André Veillet ([5]) ont d'ailleurs montré que la persistance de l'ovogenèse dans les segments 2 et 3 résultait probablement d'une sécrétion insuffisante d'hormone mâle par la glande androgène. Quant au développement de la glande androgène chez le mâle et à sa régression chez la femelle, il est logique de supposer qu'ils sont sous la dépendance du sexe génétique.

L'étude du développement post-embryonnaire nous montre donc que chez *Orchestia cavimana* les ébauches de glandes androgènes existent dans les deux sexes et qu'elles sont présentes avant que les caractères sexuels ou externes apparaissent. Il est donc légitime d'admettre, comme l'a fait Mme Charniaux-Cotton (2) que la glande androgène est « normalement responsable de la différenciation de la gonade et des cellules germinales au cours du développement post-embryonnaire des mâles ».

(1) *Comptes rendus*, 239, 1954 *b*, p. 780.
(2) *Ann. Sc. nat. Zool.*, 11e série, 1957.
(3) R. Lienhart, *C. R. Soc. Biol.*, 75, 1913, p. 603.
(4) O. Nebeski, *Arb. Zool. Inst. Univ. Wien, Zool. Stat. Triest*, 3, 1880, p. 24-31.
(5) *Bull. Soc. Sci Nancy*, mars 1958, p. 28.

A 15 h 30 l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 15 h 55 m.

R. C.

ERRATA.

—

(*Comptes rendus* du 14 avril 1958.)

Note présentée le même jour, de MM. *Jean Trompette* et *Georges Rasigni*, Étude de la vitesse d'oxydation du thallium en couches minces par une méthode optique :

Page 2247, 7ᵉ ligne, *au lieu de* Dans un premier stade, la vitesse d'oxydation décroît à mesure que l'épaisseur d'oxyde augmente pour diminuer de nouveau, *lire* Dans un premier stade la vitesse d'oxydation décroît à mesure que l'épaisseur augmente, puis la vitesse augmente pour diminuer à nouveau.

Page 2247, 15ᵉ ligne, *au lieu de* (de 2 à 3/3000), *lire* (2 à 3/1000).